



VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA  
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Modelování a predikce volatility devizových kurzů

Modeling and Forecasting the Volatility of Exchange Rates

Student: Jakub Slivoník

Vedoucí diplomové práce: Ing. Petr Sedřa, Ph.D.

Ostrava 2013

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jakub Slivoník**  
Studijní program: N6202 Hospodářská politika a správa  
Studijní obor: 6202T010 Finance  
Specializace: 00 Finance  
Téma: **Modelování a predikce volatility devizových kurzů**  
**Modeling and Forecasting the Volatility of Exchange Rates**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
  2. Charakteristika devizových trhů
  3. Vlastnosti finančních časových řad
  4. Metody modelování a predikce volatility
  5. Empirické odhady modelů volatility a její predikce
  6. Shrnutí výsledků
  7. Závěr
- Seznam použité literatury  
Seznam zkratk  
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce  
Seznam příloh  
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

BAUWENS, L., Ch. HAFNER a S. LAURENT. *Handbook of Volatility Models and Their Applications*. 1st Ed. New York: John Wiley, 2012. 543 p. ISBN 978-0470872512.  
CAMPBELL, J., A. LO a Craig MACKINLAY. *The Econometrics of Financial Markets*. 2nd Ed. Princeton: Princeton University Press, 1997. 632 p. ISBN 0-691-04301-9.  
CIPRA, Tomáš. *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2008. 538 s. ISBN 978-80-8692-943-9.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Sed'a, Ph.D.**

Datum zadání: 23.11.2012

Datum odevzdání: 26.04.2013

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová  
děkanka fakulty

„Prohlašuji, že jsem celou práci vypracoval samostatně“.

V Ostravě dne 26. dubna 2013

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized, overlapping loops and curves, representing the name Jakub Slivoník.

Jakub Slivoník

Na tomto místě bych chtěl poděkovat panu Ing. Petru Sed'ovi, Ph.D. za rady a náměty k této diplomové práci.

## Obsah

1	Úvod .....	5
2	Charakteristika devizových trhů .....	7
2.1	Klasifikace devizových trhů .....	7
2.1.1	Burzovní a neburzovní (OTC) devizový trh .....	8
2.1.2	Subjekty devizového trhu .....	9
2.1.3	Techniky operací na devizovém trhu .....	10
2.2	Kotace devizového kurzu .....	11
2.3	Systémy devizových kurzů .....	12
3	Vlastnosti finančních časových řad .....	14
3.1	Volatilita .....	14
3.2	Předpoklady finančních časových řad .....	15
3.3	Charakteristické vlastnosti finančních časových řad .....	18
4	Metody modelování a predikce volatility .....	20
4.1	Historická volatilita a modely EWMA .....	20
4.2	Lineární modely volatility .....	21
4.2.1	Modely ARCH .....	21
4.2.2	Postup při odhadu modelu ARCH .....	24
4.2.3	Modely GARCH .....	25
4.2.4	Lineární modifikace modelu GARCH .....	28
4.3	Nelineární modely volatility .....	29
4.4	Modely nelineární ve střední hodnotě .....	31
4.5	Další modely finančních časových řad .....	33
4.6	Testování stacionarity .....	36
4.7	Diagnostická kontrola modelu .....	38
4.8	Kritéria pro volbu modelu .....	40
4.9	Predikce volatility .....	41
5	Empirické odhady modelů a její predikce .....	44
5.1	Data a jejich charakteristika .....	44
5.1.1	Rozdělení dat na období .....	44
5.1.2	Charakteristika výnosu .....	46

5.2	Deskriptivní statistika a test normality .....	47
5.3	Test stacionarity výnosů zkoumaných dat.....	50
5.4	Test heteroskedasticity výnosů zkoumaných dat .....	51
5.5	Odhad modelů volatility .....	52
5.5.1	Odhad modelů volatility pro měnový pár CZK/EUR.....	52
5.5.2	Odhad modelů volatility pro měnový pár HUF/EUR.....	54
5.5.3	Odhad modelů volatility pro měnový pár PLN/EUR .....	56
5.6	Ekonometrická verifikace odhadnutých modelů .....	58
5.6.1	Test normality reziduí odhadnutých modelů .....	58
5.6.2	Test autokorelace reziduí odhadnutých modelů .....	63
5.6.3	Test heteroskedasticity reziduí odhadnutých modelů.....	65
5.7	Volatilita odhadnutých modelů .....	69
5.8	Predikce volatility odhadnutých modelů .....	74
6	Shrnutí výsledků .....	76
7	Závěr .....	79
	Seznam použité literatury .....	81
	Seznam zkratk.....	83

# 1 Úvod

V současném globalizovaném světě při rozvinutém zahraničním obchodě má devizový trh svou nezastupitelnou roli. Tím, že je možné na devizovém trhu obchodovat nepřetržitě dvacet čtyři hodin denně a hustota záznamů je vysoká, vznikají tzv. vysokofrekvenční data, která tvoří finanční časové řady. S postupným rozvojem finančních trhů vznikalo mnoho modelů pro modelování a predikci volatility. Průlomem v této oblasti byl model ARCH zkonstruovaný v 80. letech 20. století Robertem Englem. Později byly vytvořeny jeho dokonalejší modifikace typu GARCH a další.

Jednou z nejvýznamnějších složek ovlivňující riziko aktiva je jeho volatilita. Jelikož všichni účastníci devizového trhu podstupují kurzové riziko, je modelování a predikce volatility na devizových trzích důležitou součástí rozhodování každého subjektu.

Hlavním cílem této práce je modelování a predikce volatility devizových kurzů, pomocí modelů podmíněné heteroskedasticity v středoevropském regionu od 1. ledna 2004 do 27. března 2013. V této práci byly zvoleny devizové kurzy České republiky, Maďarska a Polska, které byly vyjádřeny k euru v nepřímém kótování.

Hlavní cíl byl ještě dále rozdělen na tyto dílčí cíle:

- odhad nejlepších lineárních a nelineárních modelů pro modelování volatility,
- ekonometrická verifikace odhadnutých modelů,
- posouzení vhodnosti odhadnutých modelů k predikci volatility.

Tato práce se skládá z úvodu, pěti kapitol a závěru. Druhá, třetí a čtvrtá kapitola je teoreticko-metodologická, pátá a šestá kapitola pak empiricko-aplikační.

Ve druhé části této práce je charakterizován devizový trh. Je zde popsáno rozdělení, subjekty a techniky operací na devizovém trhu. Také je vysvětlena kotace devizového kurzu a v poslední části kapitoly jsou představeny režimy devizových kurzů.

Třetí kapitola se věnuje charakteristickým vlastnostem finančních časových řad. V první části je vysvětlen stěžejní pojem této práce volatilita, dále jsou popsány předpoklady a charakteristické vlastnosti finančních časových řad. V této kapitole je také vysvětlen vliv mikrostruktury finančního trhu.

Ve čtvrté kapitole jsou teoreticky vymezeny metody modelování a predikce volatility. Nejprve je popsán historický model, který je nejstarší a také nejméně přesný. Dále je vymezen model EWMA. Následně jsou charakterizovány lineární a nelineární modely podmíněné



heteroskedasticity a jejich modifikace. Je také znázorněn postup při odhadu a řešení pro model ARCH. Dále jsou představeny modely nelineární ve střední hodnotě a další různé přístupy k modelování a predikci volatility. Následně je popsán postup diagnostiky modelů a kritéria pro jejich volbu. Na závěr této kapitoly jsou objasněny metody hodnocení modelů v souvislosti s predikcí volatility.

Pátá kapitola se věnuje empirické analýze volatility měnových kurzů. Nejprve jsou popsána použitá data, která jsou rozdělena do třech období. Následně jsou data upravena na jednodenní logaritmované výnosy. Tyto výnosy jsou dále podrobeny testu normality, stacionarity a heteroskedasticity. Poté je proveden odhad modelů. V práci jsou zobrazeny a následně testovány nejlepší lineární a nelineární odhadnuté modely pro každý zkoumaný měnový pár ve všech třech obdobích. Následuje ekonometrická verifikace, která zkoumá normalitu, autokorelaci a heteroskedasticitu náhodné složky odhadnutých modelů. Volatilita nejlepších modelů je graficky znázorněna a při vyšších výkyvech také ekonomicky odůvodněna. V závěru kapitoly je hodnocená vhodnost modelů pro predikci volatility.

V šesté kapitole jsou přehledně shrnuty výsledky zjištěné v předchozí kapitole. Tzn. jsou zde zhodnoceny odhady modelů a také výsledky jednotlivých diagnostických testů.

V závěru je problematika řešená v této diplomové práci uzavřena. Jsou zde zhodnoceny jednotlivé cíle práce a nabídnuty možnosti k rozšíření dané problematiky.

Pro výpočty, odhady a ekonometrickou verifikaci byly použity programy EViews 7 a MS Excel.

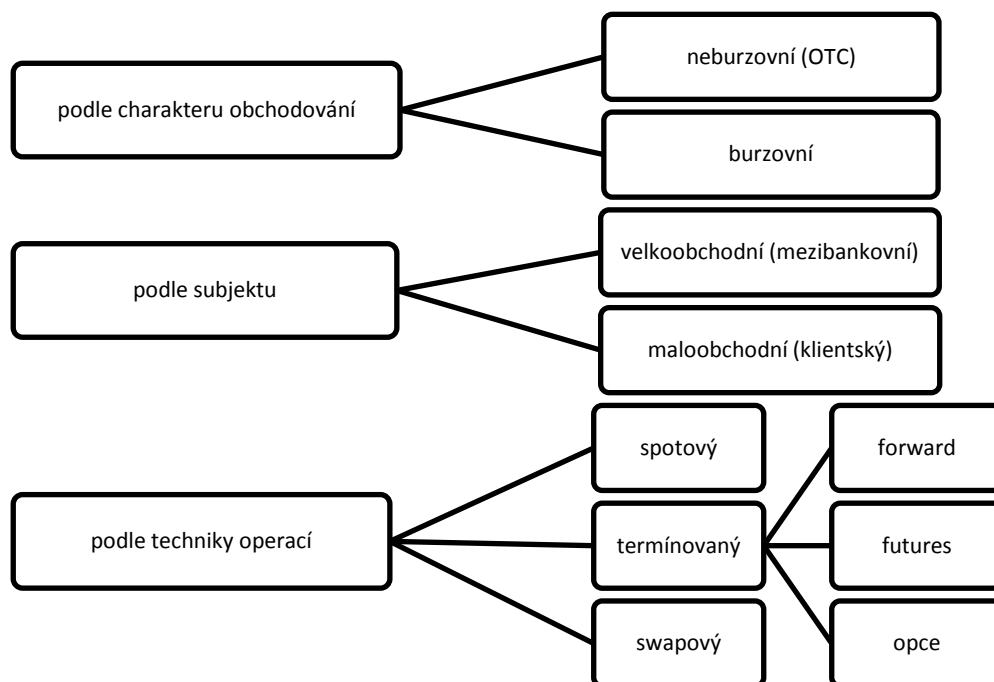
## 2 Charakteristika devizových trhů

Obecně lze říci, že trh je místo, kde se střetává nabídka s poptávkou. Na devizovém trhu se střetává nabídka s poptávkou po nějaké zahraniční měně. Peněžním vyjádřením tohoto střetu je kurz, za který je daný obchod uskutečněn. Pro importéry a exportéry plní devizový trh dvě základní funkce. Tou první je transfer kupní síly do zahraniční měny. Importéři potřebují devizy k nákupu zboží a služeb ze zahraničí a exportéři naopak devizy prodávají, aby mohli platit své závazky, například za materiál a mzdy, ve své domácí měně. Druhou hlavní funkcí devizového trhu je zajištění proti kurzovému riziku, tzn. proti pohybu kurzu. Devizový obchod je uskutečňován buďto na burzovním nebo na mimoburzovním trhu (Durčáková, Mandel, 2007).

### 2.1 Klasifikace devizových trhů

Devizový trh se člení podle několika oblastí. Jsou jimi charakter obchodování, dále podle subjektu a podle techniky operací. Toto členění je názorně ukázáno na obrázku 2.1.

Obrázek 2.1.: Rozdělení devizového trhu



Zdroj: Durčáková, Mandel (2007 s. 44)

### 2.1.1 Burzovní a neburzovní (OTC) devizový trh

Na burzovním devizovém trhu se fyzicky střetávají obchodníci a realizují obchod osobně. V dnešním globalizovaném světě, kdy nezastupitelnou roli hrají elektronické systémy, je již tento druh obchodování spíše výjimkou. Dle Durčákové a Mandela (2007, s. 45-68) má burzovní devizový trh své místo pouze u některých termínových obchodů, především u futures a částečně u opcí. Jinak je však význam burzovního trhu minimální.

Většina devizových obchodů probíhá na neburzovním (OTC z anglického *"over the counter market"*) trhu. Na tomto trhu se obchoduje na základě telefonního, telexového nebo počítačového spojení. Pokud je obchod uzavřen telefonicky, následuje písemné potvrzení. Telefonní uzavírání obchodů je stále více nahrazováno terminálovými sítěmi. Nejdůležitějším systémem pro zúčtování operací je SWIFT (*Society for Worldwide Interbank Financial Telecommunications*), což je mezinárodní komunikační síť určená pro realizaci mezinárodních finančních transakcí mezi bankami. Tato síť spojuje dealery a brokery a funguje již od roku 1977. Síť funguje v reálném čase a během několika sekund je možné realizovat transakce a vypořádávat obchody.

V síti SWIFT funguje několik systémů, které poskytují aktuální informace o pohybu devizových kurzů a automaticky provádí platby. Nejznámější je tzv. Reuter 2000, který představila agentura Reuters v roce 1992. Dalšími automatickými systémy jsou např. Telerate nebo Quatron. Za pomoci těchto systémů jsou dealeři schopni realizovat obchody odkudkoliv na světě během několika vteřin. Významnými výhodami těchto systémů jsou aktuálnost poskytovaných informací a vypořádání obchodů v krátkém časovém úseku.

Dalším významným předpokladem fungování devizových trhů je vnější směnitelnost měn. Dle mezinárodního měnového fondu (MMF) se jedná o vnější směnitelnost tehdy, pokud jsou devizoví cizozemci schopni směnit danou měnu a jsou možné devizové operace v rámci běžného účtu platební bilance. Reálně vypadá vnější směnitelnost tak, že daná měna je obchodovatelná na devizových trzích a centrální banka garantuje odkup domácí měny, který je v držení zahraničních subjektů.

Za nejvýznamnější centra devizových obchodů jsou považovány tyto města: Londýn, New York, Tokio, Frankfurt, Amsterdam, Paříž a Curych. Vedle těchto tradičních míst devizového obchodu existují tzv. off-shore centra, které jsou charakteristické svým daňovým zvýhodněním a svou výhodnou územní polohou mezi tradičními trhy. Na devizovém trhu je možné obchodovat nepřetržitě 24 hodin denně, protože když se v Tokiu končí, probíhají burzovní obchody v Evropě a následně zase v Americe.

### 2.1.2 Subjekty devizového trhu

Devizový trh, z hlediska subjektu na něm působících, se dělí na dvě hlavní skupiny. První skupinou je velkoobchodní neboli mezibankovní trh. Druhým trhem je maloobchodní nebo také klientský trh. Na maloobchodním devizovém trhu obchodují klienti s bankami. Klienti jsou např. výrobní podniky, pojišťovny, investiční fondy nebo jednotlivé fyzické osoby, kteří jsou klienty bank. Výrobní podniky vstupují na devizový trh s cílem zabezpečit se proti kurzovému riziku a také pro potřebu transferu kupní síly do jiné měny. Pojišťovny a investiční fondy na devizovém trhu diverzifikují svá aktiva a jednotlivé fyzické osoby nakupují devizy, a to hlavně na valutovém trhu, především pro potřeby cestování (Jankovská 2003).

Velkoobchodní trh je charakteristický obchody mezi bankami. Hlavními subjekty jsou banky obchodní, ale devizových operací se účastní také centrální banky, zprostředkovatelské instituce (brokeři) a ostatní finanční a nefinanční instituce. Obchodování je buďto přímé, kde obchodují banky prostřednictvím svých dealerů, nebo zprostředkované, což je obchodování přes brokery.

Na devizovém trhu vystupuje pět hlavních skupin obchodníků. Jsou jimi dealeři, brokeri, centrální banky, arbitrážéři a spekulanti. Dealeři zastupují v obchodech svou banku a obchodují přímo na její účet. Plní funkci tzv. tvůrců trhu (*market makers*), kdy ve stejném čase prodávají a nakupují stejné devizy, tím vytvářejí cenu (kurz). Zisku dosahují díky spreadu, což je rozdíl mezi nákupním (*bid*) a prodejním kurzem (*ask*).

Brokeři zprostředkovávají obchody, za což si účtují brokerský poplatek. Vystupují v podobě fyzických nebo elektronických brokerů. Fyzičtí brokeri přijímají požadavek telefonicky nebo osobně, jsou v kontaktu s bankou a hledají protistranu. V současnosti jsou fyzičtí brokeri vytlačováni elektronickými. Tito přijímají požadavky od mnoha klientů prostřednictvím sítě a k obchodu dochází automaticky, pokud se střetne kurz *bid* a *ask*. Služeb brokerů se využívá z několika důvodů. Brokeři poskytují informace a anonymitu klienta. Brokeři realizují obchody na příkaz klienta, který může být "nakup (prodej) za určitý kurz" nebo "nakup (prodej) co nejlépe".

Další skupinou jsou centrální banky, které obchodují na devizovém trhu z důvodu realizace své měnové politiky. Hlavním cílem centrálních bank vlastněných státem není zisk, ale udržení cenové a měnové stability.

Čtvrtou skupinou jsou arbitrážéři, kteří realizují zisk na základě rozdílnosti cen a to buď v čase (termínované kontrakty) nebo místě. Mohou realizovat své obchody také díky rozdílnosti úrokových sazeb na domácím a zahraničním trhu. Tím zajišťují globální a časovou homogenitu trhu. Výhodou tohoto obchodování je, že nepodléhá úrokovému nebo kurzovému riziku. Naproti

tomu jsou tyto obchody těžce k nalezení a možnost jejich realizace je časově omezená a to s nízkým výnosem.

Poslední skupinou jsou spekulanti. Jsou to obchodníci, kteří dosahují zisku na základě očekávaného vývoje (zhodnocení nebo znehodnocení) devizového kurzu při současném zohlednění úrokových sazeb. Spekulanti pracují s kurzovým rizikem, které je vyjádřeno rizikovou premií. Výše premie závisí na objektivních faktorech, které jsou dány především očekávanou volatilitou kurzu a subjektivních faktorech, které jsou dány stupněm averze k riziku. Riziková premie je ocenění nákladů rizika, jenž spekulant podstupuje a musí být vždy vyšší než tyto náklady, pokud není, spekulant daný obchod nerealizuje.

### **2.1.3 Techniky operací na devizovém trhu**

Operace na devizovém trhu se dělí na

- spotové,
- termínové,
- swapové.

Termínové transakce se dále dělí na

- forwardové,
- opční,
- futures.

U spotových obchodů se předpokládá okamžité plnění. Respektive banky vypořádávají transakci do dvou po sobě jdoucích obchodních dnů, ale zatížení účtu klienta probíhá okamžitě, což bance přináší úrokový zisk. Spotové obchody jsou realizovány za dohodnutý spotový kurz (Durčáková, Mandel, 2007).

Termínové obchody jsou charakteristické tím, že jsou sjednány k určitému budoucímu datu za předem dohodnutou cenu. Nejčastěji používané jsou obchody futures, forward a opce. Futures operace jsou standardizované, a to jak z hlediska časového (nejčastěji čtyřikrát v roce), tak z hlediska obchodovaných částek (loty). Obchodují se výhradně na burzách a jejich výhodou jsou nízké náklady (nízký brokerský poplatek) a možnost okamžitého vypořádání po uzavření protioperace u clearingového centra. Naproti tomu forwardové obchody probíhají výhradně na OTC trhu, kdy účastníci mohou obchodovat jakékoliv množství v jakémkoliv čase za předpokladu, že najdou protistranu. Měnové opce jsou také druh termínového obchodu, kdy si držitel opce kupuje právo koupit nebo prodat devizy v budoucím termínu za předem dohodnutou

částku a prodávající opce musí tento obchod realizovat. Držitel opce může, ale nemusí toto právo uplatnit. Za tuto výhodu platí opční prémii.

Swapové obchody jsou nejčastěji kombinací spotových a forwardových obchodů. Mohou také vznikat kombinací forwardových obchodů s různou dobou dospělosti. Devizové swapy umožňují nakoupit aktivum na spotovém trhu a současně uzavřít dohodu o jejím zpětném prodeji na forwardovém trhu. Zisk tvoří rozdíl mezi spotovým a forwardovým kurzem, ale klient podstupuje kurzové riziko v době držení deviz.

## **2.2 Kotace devizového kurzu**

Kotace znamená stanovení devizového kurzu. Na devizových trzích se používá kotace buď to přímým nebo nepřímým kurzovým záznamem. Přímý kurzový záznam, který je ve světě rozšířenější, uvádí kolik jednotek domácí měny vyjadřuje jednu jednotku měny zahraniční. Pro českého občana je přímý kurzový záznam zapsán takto: 30,2342 CZK/GBP, který říká, že 30,2342 českým korunám odpovídá 1 libra. Nepřímý kurzový záznam uvádí, kolik jednotek zahraniční měny odpovídá jedné jednotce měny domácí. Tento záznam se používá např. ve Velké Británii, v Austrálii, na Novém Zélandu nebo v Jihoafrické republice. Opět z pohledu českého občana je nepřímý kurzový záznam zapisován takto: 0,0331 GBP/CZK. A říká kolik liber odpovídá jedné koruně. Pro každou měnu se na devizovém trhu kótují dva kurzy. Kurz nákup (bid) - za tento kurz banka měnu nakupuje neboli klient za tento kurz může bance devizy prodat a kurz prodej (ask) - za tento kurz je ochotna banka měnu prodat, tzn. klient může v tomto kurzu nakoupit (Jankovská 2003).

Rozdíl mezi těmito dvěma kurzy se nazývá kurzové rozpětí (spread). Spread pokrývá tvůrcům trhu (market makerům) náklady a je jejich výnosem. Velikost spreadu se liší podle trhu, na kterém je obchod uskutečněn, podle měn, které jsou obchodovány (u tradičních měn menší spread) a také závisí na očekávaném kurzovém riziku. Na velkoobchodním trhu se spread průměrně pohybuje okolo 0,1 %, na maloobchodním to je 1%. Nejvyšší kurzové rozpětí je na maloobchodním trhu s valutami, kde spread dosahuje 4-5 % a navíc jsou směnárny účtovány poplatky. Tento vyšší spread ovlivňují náklady směnárny na směnu valut do deviz, riziko změny kurzu během dne (směnárny obvykle během dne nemění kurz), nutnost držet hotovost v pokladnách (ušlý úrokový výnos) a další.

Homogenitu na devizovém trhu zajišťují arbitráže. Arbitráž je operace, která kombinací devizových operací umožňuje dosažení zisku na základě rozdílného kurzu na různých místech. Arbitráž může být dvoustranná nebo trojstranná. Dvoustranná arbitráž se týká rozdílnosti jednoho měnového páru na různých místech. Trojstranná (triangulární) arbitráž využívá rozdílu

třech měnových kurzů. Pokud existuje kotace měny A k měně B a k měně C, lze dle toho určit kurz B a C. Jestliže se tento kurz liší od tržního, je zde možnost pro triangulární arbitráž.

## 2.3 Systémy devizových kurzů

Rozlišují se dva systémy neboli režimy devizových kurzů. A to:

- systém pevných devizových kurzů (fixní kurz),
- systém plovoucích devizových kurzů (floating).

### Systémy pevných devizových kurzů

Systémy pevných devizových kurzů jsou charakteristické tím, že je pevně stanovena centrální parita, která je navázána na jiný měnový kurz a také přesně vymezeno pásmo oscilace. Dle Durčákové a Mundela (2007) se rozlišují tři druhy pevného devizového režimu.

*Režim pevného kurzu s omezeným pásmem oscilace* je systém, ve kterém je stanovena centrální parita k jedné měně nebo měnovému koši a také je dané oscilační pásmo, ve kterém se může kurz pohybovat. Při překročení hranice tohoto pásma je centrální banka povinná intervenovat. Pokud není centrální banka svými intervencemi schopna vrátit kurz do daného flukтуаčního pásma, přistoupí ke změně centrální parity.

*Režim pevného kurzu s pravidelnými změnami centrální parity* je systém, ve kterém dochází k pravidelným předem stanoveným změnám centrální parity. Proto se tomuto systému říká posuvné zavěšení. Rozlišují se dvě formy podle toho, zda jsou stanoveny flukтуаční pásma. **Crawling peg** - nejsou stanovena flukтуаční pásma a **Crawling band** - jsou zde stanovená flukтуаční pásma (umožňují provádění měnové politiky v rámci pásma a zabezpečují plynulý přechod při změnách centrální parity).

*Režim pevného kurzu s neodvolatelnou centrální paritou.* Tento systém se česky nazývá měnový výbor nebo také měnová rada. Jde o absolutně pevný kurz bez oscilačních pásem. Centrální banka nemá možnost zasahovat a ovlivňovat devizový kurz, kromě nesterilizovaných devizových intervencí, což znamená buďto prodej nebo nákup domácí měny. Používá se v ekonomikách, které trpí vysokou inflační nerovnováhou a také v ekonomikách, ve kterých hrozí vytlačení domácí měny některou z referenčních měn.

## **Systém plovoucích devizových kurzů**

V režimech plovoucích devizových kurzů vytváří kurz měny nabídka a poptávka na devizovém trhu, přitom jsou rozlišovány dva druhy floatingu.

*Režim volně pohyblivého měnového kurzu (čistý floating).* V tomto systému centrální banka nikterak nezasahuje a neintervenuje na devizovém trhu. Nejsou zde žádné zákony ani opatření, které by mohly ovlivnit devizový kurz. Není zde vymezen ústřední kurz a oscilační pásmo není nijak ohraničeno. Devizový kurz je dán pouze nabídkou a poptávkou po dané měně a tak zcela přirozeně reaguje na vývoj inflace, úrokových sazeb i všech dalších faktorů, které určují rovnovážnou úroveň kurzů.

*Režim devizového kurzu s řízenou pohyblivostí (řízený floating).* Neexistuje zde žádné předem dané flukтуаční pásmo. Řízení devizového kurzu probíhá intervencemi centrální banky, pokud to uzná za vhodné. V tomto režimu centrální banka svými intervencemi na devizovém trhu ovlivňuje devizový kurz, pokud se domnívá, že kurz působí destabilizačně. Pokud měna zhodnocuje centrální banka nakupuje zahraniční měny a tím oslabuje domácí měnu a naopak. Tento režim může krátkodobě zabránit neúměrným výkyvům a tím snížit kurzové rizika v mezinárodním obchodě. Současně v tomto systému nepůsobí na kurz inflační a další tlaky, které ovlivňují devizový kurz.



### 3 Vlastnosti finančních časových řad

Tato práce se zabývá volatilitou měn na devizovém trhu, jehož charakteristika byla popsána v předchozí kapitole. Jelikož se měnový kurz mění každou minutou, tvoří historická data z devizových trhů finanční časové řady, které mají své specifické vlastnosti.

Finanční časové řady se tvoří především na akciových, dluhopisových a devizových trzích. Základní informací finančních trhů je cena a to cena akcií, dluhopisů nebo měny. Tyto ceny vytvářejí časovou řadu a jelikož jsou to ceny aktiv obchodovaných na finančních trzích vytvářejí finanční časovou řadu.

Finanční časové řady mají, na rozdíl od ostatních časových řad, několik specifických vlastností. Tou nejvýraznější odlišností je frekvence dat. Klasické časové řady jsou sledovány ročně, čtvrtletně nebo měsíčně. Na finančních trzích se obchoduje každý pracovní den, proto jsou data z těchto trhů denní, ale mohou být i za kratší časové období např. hodinové. Proto zde existuje vyšší a proměnlivá variabilita. Množství těchto dat dává také prostor pro aplikaci nelineárních modelů, což u kratších časových řad není možné. Dalším charakteristickým rysem je výrazná trendová a cyklická složka, sezónní složka se téměř neprojevuje, ale není možné ji vyloučit (Arlt, Arltová 2003).

V první části kapitoly je vysvětlen pojem volatilita. Ve druhé části jsou popsány předpoklady finančních časových řad a to konkrétně předpoklad normality, předpoklad linearity, předpoklad stacionarity a vliv mikrostruktury finančních trhů na časové řady. Ve třetí části jsou popsány charakteristické vlastnosti finančních časových řad.

#### 3.1 Volatilita

Volatilitu lze definovat jako míru kolísání hodnoty podkladového aktiva nebo jeho výnosové míry během určitého časového období. Volatilita tedy označuje variabilitu časových řad, tzn. amplitudu a rychlost změny výnosů. Volatilita také vyjadřuje míru rizika investice do podkladového aktiva. Čím je volatilita vyšší, tím větší je nejistota budoucího vývoje. Finanční teorie rozlišuje tři druhy volatility:

- historickou, která je získána z historických (ex-post) dat,
- implikovanou neboli implicitní,
- predikovaná.

Matematicky lze volatilitu vyjádřit jako  $\Delta r_t^2$ , kde  $r_t$  je výnos aktiva v čase  $t$ . Vysoké kladné či záporné výnosy jsou doprovázeny vždy kladnou vysokou volatilitou. Naopak nízké změny v časové řadě povedou také k nízké volatilitě (Babula 2010).

Hlavní smyslem modelování a predikce volatility je její využití v dalších modelech jako jsou např.

- Risk management - zde jsou používány metody Value at Risk (VaR) a Expected Shortfall. Tyto modely slouží k určování budoucí ztráty z portfolia,
- oceňování opcí - volatilita ovlivňuje opční prémii a tím také cenu opce,
- alokace aktiv - složením aktiv s různou mírou volatility lze diverzifikovat a tím také snížit riziko portfolia.

### 3.2 Předpoklady finančních časových řad

Pro modelování musí finanční časové řady splňovat určité předpoklady. V této podkapitole jsou popsány předpoklady normality, linearity a stacionarity a také vysvětlen vliv mikrostruktury trhu na vlastnosti finančních časových řad (Arlt, Arltová 2003).

#### Předpoklad normality

Základní předpoklad, z kterého se při zkoumání finančních časových řad vychází, je, že logaritmy výnosů mají normální rozdělení. Tzn. konstantní střední hodnotu  $\mu$  a konstantní rozptyl  $\sigma_r^2$ , tedy že  $r_t \sim N(\mu, \sigma_r^2)$ . Toto rozdělení je charakteristické svou symetričností a jeho šikmost, která je dána vztahem

$$SK_r = E \left[ \frac{(r_t - \mu)^3}{\sigma_r^3} \right], \quad (3.1)$$

je rovna 0. Špičatost tohoto rozdělení vyjadřuje vztah

$$KU_r = E \left[ \frac{(r_t - \mu)^4}{\sigma_r^4} \right] \quad (3.2)$$

a je rovna 3.

Reálně však mají finanční časové řady zápornou šikmost, což značí častější výskyt záporných výnosů a vyšší špičatost, která vysvětluje vyšší výskyt nízkých kladných i záporných výnosů, než předpokládá normální rozdělení. Finanční časové řady mají také tlustší konce, což znamená vyšší výskyt extrémních hodnot.

### **Předpoklad linearity**

Dalším důležitým předpokladem pro analýzu finančních časových řad je, že logaritmy výnosů jsou nekorelované nebo na sobě nezávislé náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Nekorelovaným logaritmům se říká proces bílého šumu a nezávislé logaritmy výnosů se značí jako proces striktního bílého šumu. Předpoklad nulové střední hodnoty ovšem často není splněn. Také logaritmy výnosy jsou často lineárně závislé. Tyto závislosti lze vyjádřit modely typu ARMA, které vycházejí z lineárního procesu tvořeného lineární kombinací nekorelovaných stejně rozdělených náhodných veličin. Charakteristickou vlastností modelů ARMA je proměnlivost střední hodnoty a konstantnost charakteristik polohy a variability.

Lineární modely předpokládají pouze jeden typ závislosti a to korelační závislost. Proto se pro charakteristiku finančních časových řad používají také modely nelineární. Jelikož nelineární modely vycházejí z nelineárních funkcí řady stejně rozdělených nezávislých náhodných veličin, mohou předpokládat i obecnější formy závislosti, než jen korelační.

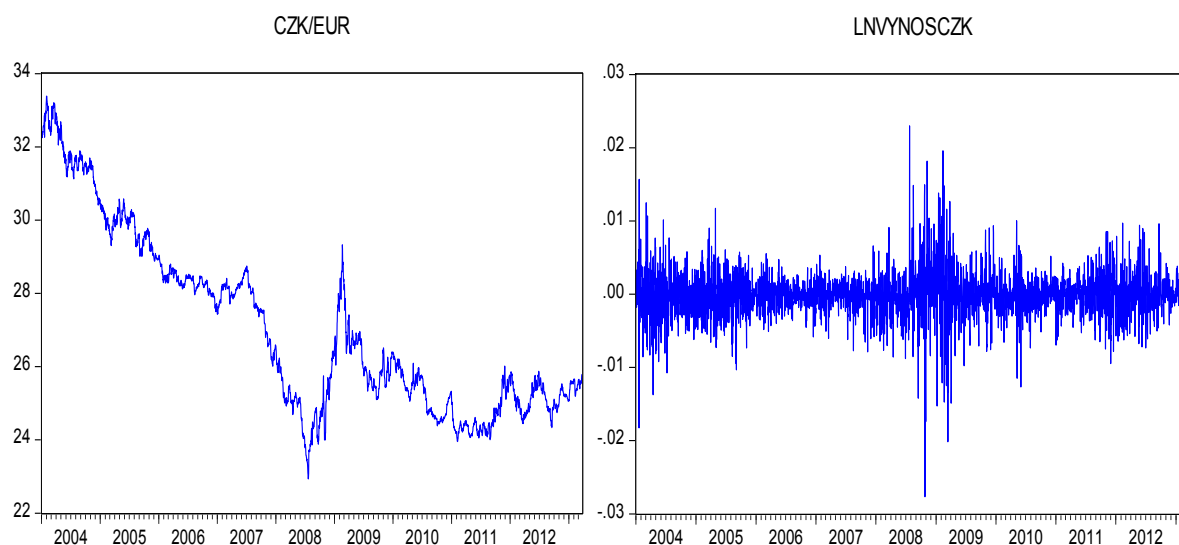
### **Předpoklad stacionarity**

Pro některé typy analýz (např. pro regresní analýzu) je nutné, aby časová řada byla stacionární. Pokud časová řada vykazuje změny v průměru nebo variabilitě lze ji označit jako nestacionární (Hančlová 2003). U stacionární časové řady není možné na základě zjištěných statistických parametrů, jako jsou aritmetický průměr nebo rozptyl, odlišit jednu část řady od druhé. Nestacionární časová řada naopak má statistické parametry v různých částech odlišné.

Pokud je časová řada nestacionární je nutné tuto nestacionaritu odstranit. K testování stacionarity je možné použít Dickey-Fuller test (podrobněji v kapitole 4.7.)

Na levé části grafu 3.1. lze vidět nestacionární časovou řadu, která vykazuje rostoucí trend. Její hodnoty se v čase vzdalují od průměru a její rozptyl se zvyšuje. Naopak v pravé části grafu 3.1. má časová řada nulovou střední hodnotu a konstantní rozptyl, tudíž lze tuto řadu označit jako stacionární.

**Graf 3.1.: Srovnání nestacionární a stacionární časové řady**



### **Vliv mikrostruktury trhu**

Finanční trh má své specifické vlastnosti, které se odrážejí ve finančních časových řadách. Také mikrostruktura trhu (organizační a technické aspekty) může mít vliv na vývoj časové řady.

Jednou z vlastností finančního trhu, která má vliv na časové řady, je nesynchronní obchodování. U hodnot časových řad se předpokládá, že jsou generovány za stejné období. Jelikož se o svátcích a víkendech neobchoduje, některé hodnoty vyjadřují delší časový úsek. V těchto neobchodních dnech jsou zadržovány informace (nevycházejí noviny, není burzovní zpravodajství), což může způsobovat zdánlivou autokorelaci logaritmu výnosů v časových řadách.

Dalším problémem finančních trhů je rozdílnost cen. Jiné jsou ceny nákupu, prodeje a jiná může být také transakční cena. Také náhodný pohyb mezi nabídkovou a poptávkovou cenou může způsobovat zdánlivou variabilitu nebo autokorelaci.

Také data na finančních trzích jsou zaznamenávány nespojitě, ačkoliv se jedná o spojitou veličinu. Tento jev způsobuje tzv. cenové shlukování.

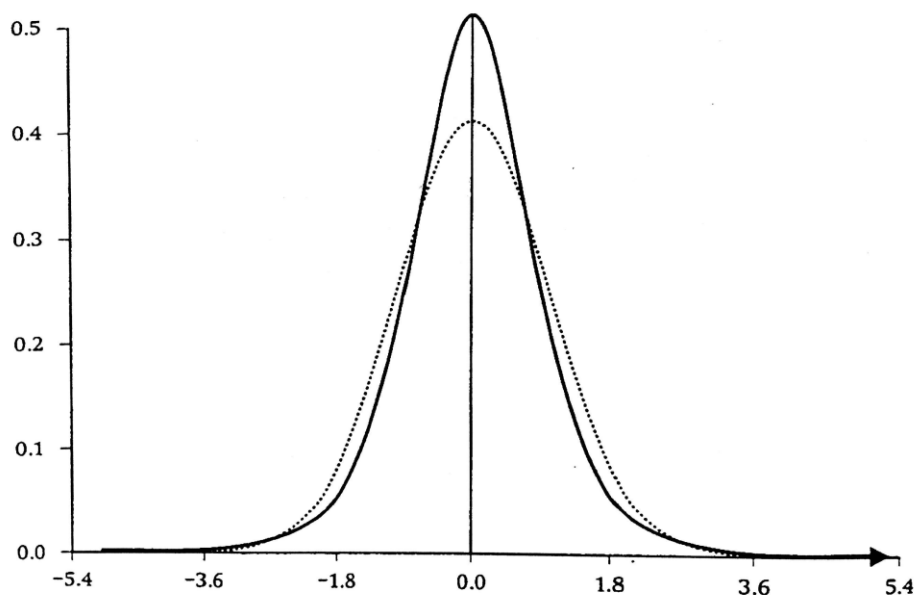
### 3.3 Charakteristické vlastnosti finančních časových řad

V této podkapitole jsou popsány charakteristické vlastnosti finančních časových řad, které vznikají z důvodů uvedených v kapitole 3.1. Charakteristické vlastnosti finančních časových řad jsou leptokurtické rozdělení, shlukování volatility a pákový efekt. Tyto vlastnosti nejsou schopny vysvětlit lineární modely, proto se používají modely nelineární (Cipra 2008).

#### Leptokurtické rozdělení

Leptokurtické rozdělení, jak je vidět z grafu 3.2, je špičatější kolem středu, proto má koeficient špičatosti kladný a má tzv. tlusté konce, které vyjadřují vyšší počet extrémních hodnot. Ramena jsou užší než u normálního rozdělení. Střední hodnota a rozptyl jsou stejné. Reálné finanční časové řady jsou často rozloženy právě podle leptokurtického rozdělení.

Graf 3.2. Srovnání normálního a leptokurtického rozdělení



Zdroj Cipra (s. 58)

..... normální rozdělení  
———— leptokurtické rozdělení

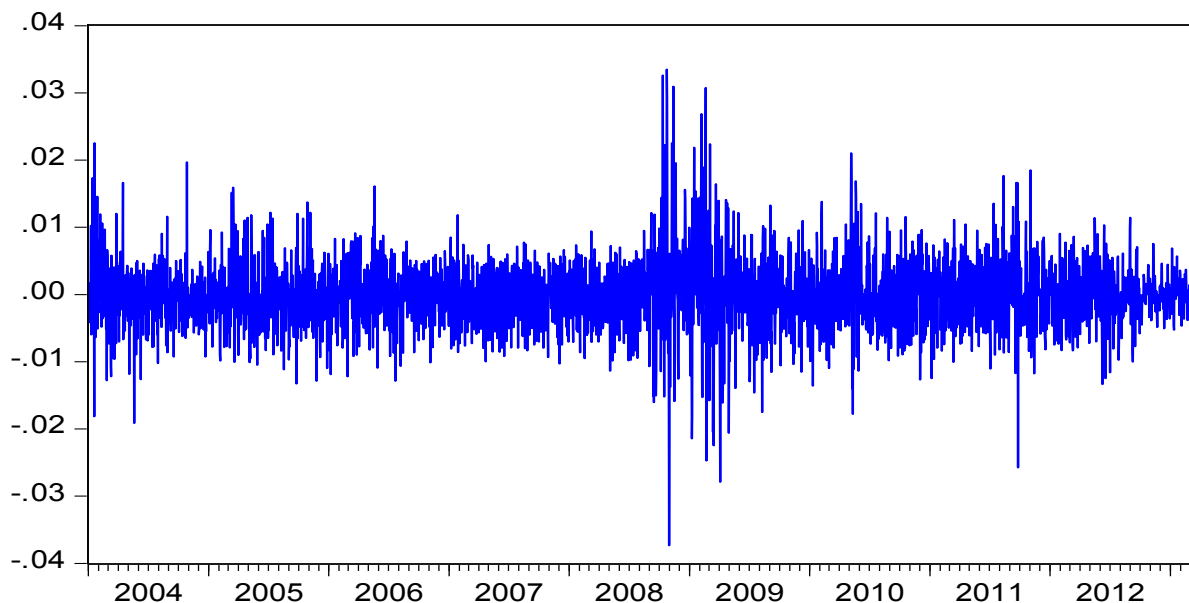
#### Pákový efekt

Také pákový efekt (leverage effect) souvisí s kolísáním volatility. Základní myšlenkou pákového efektu je, že v případě růstu ceny aktiva se volatility nezvýší tak, jak by se zvýšila pokud by cena klesla o stejnou velikost (Black, 1976). Tzn. negativní šoky mají vyšší vliv na volatility než pozitivní šoky ve stejné absolutní výši.

## Shlukování volatility

Shlukování volatility (volatility clustering, volatility bunching, volatility pooling, volatility bursting) znamená, že na finančních trzích jsou období, kdy je volatilita vysoká a období, kdy je nízká. Vysoká volatilita nastává v situaci kdy vycházejí různé informace týkající se daného aktiva (např. oznámení výše dividendy, ekonomické problémy země, atd.). Naopak nízká volatilita nastává v relativně klidném období.

**Graf 3.3. Časová řada logaritmu denních výnosů měnového páru PLN/EUR**



V grafu 3.3. lze pozorovat výrazné shlukování volatility v průběhu finanční krize na konci roku 2008 a také v první polovině roku 2009.

## 4 Metody modelování a predikce volatility

V předchozí kapitole byly popsány vlastnosti finančních časových řad. Z těchto vlastností vycházejí různé modely, jejichž cílem je na základě historických dat modelovat a predikovat volatilitu v budoucnu.

### 4.1 Historická volatilita a modely EWMA

Historická volatilita je nejstarší přístup zkoumání volatility. Odhaduje se jako výběrový rozptyl nebo směrodatná odchylka za určité historické období (Cipra 2008). A vypočítá se dle vztahu

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{\sum_{\tau=t-k+1}^t (y_\tau - \hat{\mu}_t)^2}{k-1}, \text{ kde } \hat{\mu}_t = \frac{\sum_{\tau=t-k+1}^t y_\tau}{k}. \quad (4.1)$$

Tento přístup se používal např. při výpočtu opční premie Black-Scholesova modelu. Nyní se již od tohoto přístupu upustilo, protože existují sofistikovanější a odbornější metody výpočtu. V současnosti se historické volatility využívá ke stanovení srovnávacích hodnot pro posouzení efektivnosti komplexnějších modelů volatility.

Rozšířením modelu volatility vznikly modely EWMA (Exponentially weighted moving average). Modely EWMA vycházejí z modelů historické volatility, ale při průměrování hodnot mají ty starší nižší váhu. Tyto váhy klesají exponenciálně. Díky tomu má model EWMA před modelem historické volatility několik výhod:

- empirické sledování ukazuje, že aktuálnější pozorování ovlivňují volatilitu více než pozorování starší,
- jelikož model EWMA přiřazuje starším hodnotám nižší váhu, redukuje se problém odlehlého pozorování, které může dosahovat extrémních hodnot. Tato hodnota má s postupem času nižší váhu, tudíž když dojde k jejímu vypadnutí z pozorovaného období, výsledek volatility se výrazně nezmění. Extrémní hodnota způsobuje také problém, když přetrvává v časové řadě, ačkoliv se trh již uklidnil.

Při výpočtu volatility modelem EWMA se používá vzorec:

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j (y_{t-j} - \bar{y})^2 = (1 - \lambda)(y_t - \bar{y})^2 + \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2, \quad (4.2)$$

kde  $\hat{\sigma}_t^2$  je odhadnutá volatilita a zároveň předpověď budoucí volatility v čase  $t$ ,  $\bar{y}$  je průměrná úroveň časové řady a  $\lambda$  je diskontní konstanta, která nabývá hodnot  $(0;1)$ . Při výpočtu volatility časové řady finančních výnosů  $r_t$ , je brán průměrný výnos jako nulový (především u vysokofrekvenčních časových řad), což vede k modifikaci vzorce 4.2 na

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j r_{t-j}^2 = (1 - \lambda)r_t^2 + \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2, \quad (4.3)$$

z rozsáhlých praktických zkušeností se doporučuje používat konstantu  $\lambda$  ve výši 0,94.

## 4.2 Lineární modely volatility

Průlom ve zkoumání volatility byl učiněn Robertem F. Englem (1982), když aplikoval model ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity) na modelování inflace ve Velké Británii. Tento model je typický svým podmíněným rozptylem, který je lineární funkcí veličin  $e_{t-1}^2, e_{t-2}^2, \dots, e_{t-m}^2$ , proto jsou tyto modely označovány jako lineární modely volatility. V této podkapitole jsou popsány lineární modely ARCH, IGARCH, a GARCH-M.

### 4.2.1 Modely ARCH

Tyto modely a jejich zobecnění na modely GARCH, jsou dnes pravděpodobně nelepším nástrojem pro modelování finančních časových řad (Cipra, 2008). Tyto modely vychází ze dvou předpokladů:

- modely finančních časových řad jsou heteroskedastické, tzn. s volatilitou proměnnou v čase;
- volatilita je jednoduchou kvadratickou funkcí minulých předpovědních chyb  $e_t$ .

První předpoklad dostatečně potvrzuje finanční praxe. Druhý předpoklad je nutné vysvětlit. Jelikož jsou finanční časové řady charakteristické shlukováním volatility (viz. kapitola 3.2),



dochází k pozitivní autokorelaci volatilit. Proto je vhodné, jako nejjednodušší model pro modelování, zvolit autoregresní, kde  $E(e_t) = 0$ , tudíž platí vztah

$$\sigma_t^2 = \text{var}(e_t | \Omega_{t-1}) \approx e_t^2. \quad (4.4)$$

Z tohoto vztahu, lze pro finanční časové řady pro vhodně zvolené  $m$  sestavit rovnici

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2, \quad (4.5)$$

což je vyjádření volatility jednoduchou kvadratickou funkcí zpožděných hodnot  $e_t$ . Pak lze obecně zapsat model ARCH ( $m$ )  $m$ -tého řádu jako

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2, \quad (4.6)$$

kde  $\varepsilon_t$  jsou náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a rozptylem rovným 1. Předpokládá se, že mají normální rozdělení, tzn.  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$  nebo  $t$ -rozdělení se stejnou střední hodnotou a rozptylem.

Pro konečnost druhých nepodmíněných momentů  $e_t$ , musí koeficienty  $\alpha_i$  splňovat určité podmínky regularity. Pro kladné hodnoty  $\sigma_t^2$  musí být splněna postačující, avšak ne nutná, podmínka

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_m \geq 0. \quad (4.7)$$

Dle předchozích vztahů má nejjednodušší model ARCH(1) tyto vlastnosti

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 \quad (\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0).$$

První podmínkou je nulová střední hodnota odchylek  $e_t$ , vyjádřená vztahem

$$E(e_t) = E[E(e_t | \Omega_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] = 0. \quad (4.8)$$

Dále pro rozptyl odchylek  $e_t$  platí

$$\text{var}(e_t) = E(e_t^2) = E[E(e_t^2 | \Omega_{t-1})] = E(\sigma_t^2) = E(\alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \text{var}(e_{t-1}). \quad (4.9)$$

Jelikož by měly mít odchylky  $e_t$  stejné rozdělení, tzn. i stejné rozptyly, lze předchozí vztah zapsat jako

$$var(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}, \quad (4.10)$$

v případě platnosti postačující podmínky

$$0 \leq \alpha_1 < 1. \quad (4.11)$$

Nakonec je nutné analyzovat špičatost odchylek  $e_t$ , které mají normální rozdělení  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$  a tedy platí

$$E(e_t^4) = E[E(e_t^4 | \Omega_{t-1})] = 3E[(\alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2)^2] = 3[\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 var(e_{t-1}) + \alpha_1^2 E(e_{t-1}^4)]. \quad (4.12)$$

Stejně jako u rozptylu je předpoklad nulové střední hodnoty  $e_t$ , které mají normální rozdělení a dosazením (4.11) je dán vztah

$$E(e_t^4) = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)}, \quad (4.13)$$

za platnosti podmínky

$$0 \leq \alpha_1 < \sqrt{1/3}. \quad (4.14)$$

Koeficient špičatosti odchylek  $e_t$  tedy vypadá takto

$$\gamma_2 = \frac{E(e_t^4)}{[var(e_t)]^2} - 3 = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} - 3 = \frac{6\alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} \geq 0, \quad (4.15)$$

což potvrzuje jeden z předpokladů, že odchylky modelu ARCH(1) mají leptokurtické rozdělení, tzn. že odlehlé hodnoty odchylek  $e_t$  jsou pravděpodobnější než je tomu v případě normálního bílého šumu.

#### 4.2.2 Postup při odhadu modelu ARCH

V této podkapitole je popsán postup odhadu modelu ARCH, konkrétně ARCH( $m$ ) vyjádřený vztahem (4.6), tedy model ARCH s nulovou podmíněnou střední hodnotou  $\mu_t$  a odchylkami  $e_t$ . Podobný postup se také dá aplikovat u modelů typu GARCH (Rublíková 2007).

##### Identifikace řádu modelu ARCH

Modely ARCH( $m$ ) mají  $m$ -řádů. Řád  $m$  znamená bod useknutí odhadnutého parciálního korelogramu v modelu

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 + u_t \quad (4.17)$$

kde  $u_t$  je klasický bílý šum. Pokud je zkoumán model s příliš velkým řádem  $m$ , může dojít k porušení podmínky nezápornosti odhadnutých parametrů. Proto Engle (1982) navrhl používat místo vztahu (4.5) model s pouze dvěma parametry a s řádem 4 ( $m=4$ ). Tento model lze vyjádřit

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1(0,4e_{t-1}^2 + 0,3e_{t-2}^2 + 0,2e_{t-3}^2 + 0,1e_{t-4}^2) \quad (4.18)$$

##### Odhad modelu ARCH

K odhadu modelu ARCH se používá metoda maximální věrohodnosti (metoda nejmenších čtverců není z mnoha důvodů vhodná). Pro příslušnou hustotu pravděpodobnosti platí

$$f(e_1, \dots, e_n) = f(e_n | \Omega_{n-1}) \cdot \dots \cdot f(e_{m+1} | \Omega_m) f(e_1, \dots, e_m).$$

Tedy jestliže  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ , potom logaritmická věrohodnostní funkce má tvar

$$l(\alpha_0, \dots, \alpha_m) = \sum_{t=m+1}^n \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{e_t^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (4.19)$$

Volatility, pro tento vztah, jsou vyjadřovány pomocí koeficientu  $\alpha$  dle vztahu

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2, \quad t = m+1, \dots, n. \quad (4.20)$$

Pokud normální rozdělení  $\varepsilon_t$ , z důvodů těžkých konců, není pro finanční časovou řadu vhodné, je možné použít jiná rozdělení (práci s jinými rozděleními umožňuje např. program EViews 7). Např. pokud má  $\varepsilon_t$  standardizované  $t$ -rozdělení, pak se vztah (4.19) mění na

$$(4.21) \quad \dagger$$

$$l(\alpha_0, \dots, \alpha_m) = - \sum_{t=m+1}^n \left[ \frac{v+1}{2} \ln \left( 1 + \frac{e_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) \right].$$

Jestliže ani toto rozdělení dostatečně nevysvětluje rozložení  $\varepsilon_t$ , lze aplikovat rozdělení GED (generalized error distribution), viz Cipra (2008).

### Diagnostika modelu ARCH

Odhadnutý model, dle předchozího postupu, dává tyto informace

- vypočtené odchylky  $\hat{e}_t$ , což je chyba jednokrokové předpovědi v dané řadě v čase  $t$ ,
- vypočtené volatility  $\hat{\sigma}_t^2$ , což je rozptyl odchylky  $e_t$  odhadnutý v čase  $t-1$  nebo ekvivalentně jednokroková předpověď rozptylu dané řady se standardním označením  $\hat{\sigma}_t^2(t-1)$ ,
- vypočtené standardizované odchylky  $\tilde{e}_t$  kde

$$\tilde{e}_t = \frac{\hat{e}_t}{\hat{\sigma}_t}. \quad (4.22)$$

Podrobněji je diagnostika modelu rozebrána v kapitole 4.7.

### Předpovědi volatility v modelu ARCH

Předpověď volatility v modelu ARCH, pomocí vztahu (4.5), lze předpovídat jako

(4.23)

$$\hat{\sigma}_t^2(t-1) = \hat{\sigma}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2,$$

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2(t-1) = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\sigma}_t^2(t-1) + \alpha_2 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t+1-m}^2 \quad (4.24)$$

atd.

### 4.2.3 Modely GARCH

Jelikož má model ARCH řadu nevýhod, Bollerslev (1986) navrhl model GARCH (generalized ARCH), který byl později modifikován, čímž byly odstraněny tyto problémy. Nevýhody modelu ARCH( $m$ ) jsou:

- pro dostatečné popsání volatility časové řady vyžaduje ARCH( $m$ ) vysoký řád  $m$ ,
- proto je nutné odhadovat vysoký počet parametrů, u kterých může být porušena podmínka nezápornosti
- modely ARCH nezohledňují některé vlastnosti finančních časových řad a to pákový efekt nebo asymetrii, kdy kladné a záporné odchylky  $e_t$  mohou mít odlišný vliv na volatilitu.

Hlavní odlišnost modelu GARCH je v tom, že volatilita může být závislá také na svých předchozích hodnotách. Obecně má model GARCH ( $m, s$ ) tento tvar

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i e_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^s (\beta_j \sigma_{t-j}^2), \quad (4.25)$$

kde stejně jako u modelu ARCH  $\varepsilon_t$  jsou náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem (často se předpokládá, že mají normální nebo  $t$ -rozdělení). Přičemž parametry modelu  $\alpha$  a  $\beta$  musí splňovat následující podmínky

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad \beta_j \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{\max\{m,s\}} (\alpha_i + \beta_i) < 1, \quad (4.26)$$

pro  $i > m$  je  $\alpha_i = 0$  a pro  $j > s$  je  $\beta_j = 0$ . Modely GARCH, kde  $s = 0$ , jsou totožné s modely ARCH( $m$ ). Poslední vztah v (4.26) je postačující podmínkou pro existenci rozptylu

$$\text{var}(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max\{m,s\}} (\alpha_i + \beta_i)}. \quad (4.27)$$

Model GARCH( $1,1$ ), který je nejjednodušší z této kategorie modelů, je také nejpoužívanější k analýze volatility finančních časových řad. Modely vyšších řádu typu GARCH se užívají jen zřídka. Model GARCH( $1,1$ ) má tento tvar

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (4.28)$$

za podmínky

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_1, \beta_1 \geq 0, \quad \alpha_1 + \beta_1 < 1. \quad (4.29)$$

Špičatost tohoto modelu se vypočítá dle vztahu

$$\gamma_2 = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2} - 3 = \frac{6\alpha_1^2}{1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2} \geq 0, \quad (4.29)$$

opět za platnosti postačující podmínky

$$1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0. \quad (4.30)$$

Předpověď volatility dle modelu GARCH( $I, I$ ) je dána následovně

$$\hat{\sigma}_t^2(t-1) = \hat{\sigma}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2. \quad (4.31)$$

Protože platí

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\sigma_t^2 + \alpha_1\sigma_t^2(\varepsilon_t^2 - 1) \text{ a } E(\varepsilon_t^2 - 1|\Omega_{t-1}) = 0, \quad (4.32)$$

je také

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2(t-1) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\hat{\sigma}_t^2(t-1) \quad (4.33)$$

a potom obecně

$$\hat{\sigma}_{t+\tau}^2(t) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\hat{\sigma}_{t+\tau-1}^2(t), \quad \tau > 1. \quad (4.34)$$

Postupným dosazováním se dá dojít ke vztahu

$$\hat{\sigma}_{t+\tau}^2(t) = \frac{\alpha_0[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{\tau-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{\tau-1}\hat{\sigma}_{t+1}^2(t) \rightarrow \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (4.35)$$

pro  $\tau \rightarrow \infty$ . S rostoucím horizontem tedy předpověď volatility konverguje k nepodmíněnému rozptylu předpovědních chyb  $e_t$ .

#### 4.2.4 Lineární modifikace modelu GARCH

V dnešní době přibývá každým rokem několik modifikací modelu GARCH. Všechny tyto modely jsou konstruovány z důvodu lepšího modelování a predikce volatility. V této podkapitole jsou vysvětleny lineární modifikace modelu GARCH a to konkrétně modely IGARCH a GARCH-M. Model IGARCH řeší problém základního modelu, kdy předpovědi volatility mají tendenci, v dlouhém pozorování, konvergovat k rozptylu. Druhá modifikace se vypořádává s neschopností modelu GARCH popsat jev, který je pro finanční časové řady typický. A to, že výnos aktiva závisí na jeho volatilitě (Rublíková 2007)..

#### IGARCH

Integrovaný GARCH (integrated GARCH) značený jako IGARCH( $m,s$ ) se od modelu GARCH liší tím, že předpověď volatility je významná i v delším pozorování, zatímco u modelu GARCH, který je stacionární ve volatilitě, konvergují předpovědi volatility k nepodmíněnému rozptylu.

Model IGARCH( $m,s$ ) je definován stejně jako model GARCH( $m,s$ ) vztahem (4.25) s tím, že navíc platí

$$\sum_{i=1}^{\max\{m,s\}} (\alpha_i + \beta_i) = 1, \quad (4.36)$$

tudíž neexistuje nepodmíněný rozptyl. Tento model formulovali Engle a Bollerslev (1986). Jelikož při aplikacích modelu GARCH(1,1) na vysokofrekvenční časové řady se stává, že součet parametrů  $\alpha_1$  a  $\beta_1$  je číslo velmi blízké 1, přidali k modelu GARCH(1,1) podmínku  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ .

Pro model IGARCH(1,1) tedy platí

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + (1 - \beta_1)e_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2, \quad (4.37)$$

kdy pro koeficienty platí tyto podmínky

$$(\alpha_0 > 0, \quad 0 \leq \beta_1 \leq 1). \quad (4.38)$$

Pokud je  $\mu_t = 0$  a  $\alpha_0 = 0$ , potom je tento model totožný s modelem EWMA (vztah 4.3). Dále se dá zjednodušit předpovědní vztah na tvar

$$\hat{\sigma}_{t+\tau}^2(t) = \alpha_0 + \hat{\sigma}_{t+\tau-1}^2(t), \quad \tau > 1, \quad (4.39)$$

z toho vyplývá

$$\hat{\sigma}_{t+\tau}^2(t) = (\tau - 1)\alpha_0 + \hat{\sigma}_{t+1}^2(t) = (\tau - 1)\alpha_0 + \hat{\sigma}_{t+1}^2, \quad \tau > 1. \quad (4.40)$$

Tudíž předpověď budoucí volatility je ovlivňována současnou volatilitou a předpovědi volatility se vyvíjejí dle přímky, jejíž směrnici je  $\alpha_0$ .

### **GARCH-M (GARCH in mean)**

Jelikož základní model GARCH neumí zachytit důležitou vlastnost výnosů, a to že jejich výše je závislá na volatilitě aktiva, byla navržena modifikace modelu na model GARCH-M. Podstata modelu spočívá v rozšíření modelu podmíněné střední hodnoty o člen charakterizující podmíněný rozptyl. Model GARCH(1,1)-M má tvar

$$y_t = \mu_t + \gamma_1 \sigma_t^2 + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2. \quad (4.41)$$

Významně kladný parametr  $\gamma_1$  ovlivňuje riziko, což se projevuje zvýšenou volatilitou časové řady. Toto vede k zvýšené úrovni časové řady tzn. ke zvýšené podmíněné střední hodnotě.

## **4.3 Nelineární modely volatility**

Na finanční časové řady působí několik asymetrických efektů. Jedním z nejdůležitějších je pákový efekt (viz 3.2). Nedostatkem lineárních modelů GARCH je, že není schopen toto asymetrické chování vysvětlit. Proto vznikly nelineární modely, jejichž snahou je zachytit odlišné efekty kladných a záporných šoků. V této podkapitole jsou popsány modely GJR GARCH a EGARCH (Cipra 2008).

### **GJR GARCH**

Jelikož model GARCH není schopen modelovat asymetrické chování, což je důležitá vlastnost finančních časových řad, byl navržen v roce 1993 Glostenem, Jagannathanem a Runklem nelineární model GJR GARCH (threshold GARCH nebo také TARCH pro modifikace typu ARCH). Tento model již umí vysvětlit tento nedostatek a je dán vztahem

$$y_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^n \gamma_k e_{t-k}^2 I_{t-k}^-, \quad I_{t-k}^- = \begin{cases} 1 & \text{pro } e_t < 0 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \quad (4.42)$$



Model zachycuje odlišný dopad pozitivních šoků ( $e_{t-i} \geq 0$ ) modelovaných pomocí  $\alpha_1$  a negativních šoků ( $e_{t-i} < 0$ ) modelovaných dle  $\alpha_i + \gamma_i$ . Pro  $\gamma_i > 0$  (což jsou negativní šoky) volatilita roste, tudíž je vysvětlen pákový efekt se zpožděním  $i$ . Tedy pro všechny  $\gamma_i \neq 0$  se chová model asymetricky.

Nejpoužívanějším modelem GJR GARCH v praxi je tvar

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 e_{t-1}^2 I_t^-, & I_t^- &= \begin{cases} 1 & \text{pro } e_t < 0 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.43)$$

## EGARCH

Problémem asymetrického chování časových řad se zabýval také Nelson, který v roce 1991 vytvořil model EGARCH. Tento model je exponenciálním modelem GARCH a je dán tvarem

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \ln \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \left| \frac{e_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{j=1}^s \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^n \gamma_k \frac{e_{t-k}}{\sigma_{t-k}}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Výhodou modelu zapsaného pomocí logaritmických volatilit je, že podmínky nezápornosti parametrů již nejsou důležité a pákový efekt je exponenciální. Nejpoužívanější tvar modelu EGARCH v praxi je

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \ln \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \left| \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 \frac{e_{t-1}}{\sigma_{t-1}}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Ještě před aplikací modelu EGARCH a GJR GARCH je vhodné statisticky otestovat asymetrii. Z odhadnutého symetrického modelu GARCH jsou zjištěna rezidua  $\hat{e}_t$  a je proveden  $t$ -test, případně  $F$ - nebo LM-test, kdy se zjišťuje významnost parametrů v klasických lineárních modelech typu

$$\hat{e}_t^2 = \delta_0 + \delta_1 S_{t-1}^- + u_t, \quad S_{t-1}^- = \begin{cases} 1 & \text{pro } \hat{e}_{t-1} < 0, \\ 0 & \text{jinak;} \end{cases} \quad (4.46)$$

$$\hat{e}_t^2 = \delta_0 + \delta_1 S_{t-1}^- \hat{e}_{t-1} + u_t; \quad (4.47)$$

$$\hat{e}_t^2 = \delta_0 + \delta_1 S_{t-1}^- + \delta_2 S_{t-1}^- \hat{e}_{t-1} + \delta_3 S_{t-1}^+ \hat{e}_{t-1} + u_t, \quad S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-, \quad (4.48)$$

kde  $u_t$  je klasický bílý šum. Pokud je testy prokázána významnost parametrů  $\delta_i$ , dají se vyvodit tyto závěry:

- významnost  $\delta_1$  v modelu 4.46 je důkazem o asymetrii volatilit v časové řadě,
- významnost parametrů  $\delta_0$  a  $\delta_1$  v modelu 4.47 svědčí o asymetrii volatility a vlivu, velikosti záporných odchylek  $e_t$  na volatilitu v časové řadě,
- významnosti parametrů  $\delta_0$  až  $\delta_3$  v modelu 4.48 je potvrzena asymetrie volatility a vliv velikosti kladných a záporných odchylek  $e_t$  na volatilitu v dané časové řadě.

#### 4.4 Modely nelineární ve střední hodnotě

Až doposud jsme pracovali, kromě modelu GARCH-M, s rovnicí volatility  $\sigma_t^2 = h(\Omega_{t-1})$ . Modely nelineární ve střední hodnotě jsou vyjádřeny rovnicí  $\mu_t = g(\Omega_{t-1})$ . V této podkapitole jsou popsány prahové modely SETAR a modely s proměnlivými režimy určenými nepozorovatelnými veličinami MSW (Arlt, Arltová 2003). Tyto modely se zapisují obecně jako

$$y_t = \mu_t + \sigma_t \varepsilon_t = \mu_t + \sqrt{h_t} \cdot \varepsilon_t = g(\Omega_{t-1}) + \sqrt{h(\Omega_{t-1})} \cdot \varepsilon_t, \quad (4.49)$$

kde  $\varepsilon_t = e_t / \sigma_t$  jsou standardizované šoky  $e_t$  a jsou vyjádřeny konkretizovaným modelem

$$y_t = f(e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots),$$

kde  $e_t$  je (nekorelovaný, ale obecně závislý) bílý šum s rozptylem  $\sigma_e^2$ .

## Prahové modely SETAR

Finanční časové řady mají své specifické vlastnosti. Konkrétně asymetrie mezi růstem a poklesem časové řady, limitní cyklus a závislost frekvence na amplitudě jsou charakteristiky, které daly podnět ke vzniku modelů SETAR (Self Exciting Threshold Autoregressive). K vysvětlení časových řad se používá u prahových modelů po částech lineární funkce  $f(\cdot)$ , ale změny této funkce nejsou řízeny z časového prostoru, nýbrž ze stavového prostoru funkčních hodnot. Při konstrukci modelu jsou zavedeny kritické (prahové) hodnoty a při překročení těchto hodnot se tvar modelu mění.

Pokud je zapsán jednoduchý model SETAR následovně

$$y_t = \begin{cases} -1,8y_{t-1} + e_t & \text{pro } y_{t-1} < 0, \\ 0,5y_{t-1} + e_t & \text{pro } y_{t-1} \geq 0, \end{cases} \quad (4.51)$$

kde  $e_t$  jsou nezávislé, stejně rozdělené náhodné veličiny s rozdělením  $N(0,1)$ , má model pouze jeden práh ve výši 0, přičemž o současné hodnotě procesu rozhoduje jeho minulá hodnota se zpožděním jedna.

Z empirických pozorování byly zjištěny tyto vlastnosti modelu SETAR:

- proces je stacionární,
- proces je (geometrický) ergodický, tzn. výběrový průměr konverguje k teoretické střední hodnotě,
- významná asymetrie mezi růstem a poklesem, která je dána autoregresními koeficienty a kritickými (prahovými) body,
- teoretická střední hodnota je váženým průměrem podmíněných středních hodnot tohoto procesu pro obě prahové oblasti, váhami pak jsou pravděpodobnosti oblastí vycházející z stacionárního rozdělení.

Obecně lze proces prahového autoregresního modelu ( $y_t$ ) zapsat takto

$$y_t = \alpha^{(j)} + \varphi_1^{(j)} y_{t-1} + \dots + \varphi_{p_j}^{(j)} y_{t-p_j} + e_t^{(j)} \text{ pro } P_{j-1} \leq y_{t-d} < P_j, j = 1, \dots, r, \quad (4.52)$$

kde  $r$  je počet autoregresních režimů,  $p_j$  je řád těchto režimů a  $d$  je řídicí zpoždění. Proměnné  $d$  a  $r$  jsou přirozená čísla.  $P_j$  jsou prahy a patří do množiny reálných čísel splňující tuto podmínku  $-\infty = P_0 < P_1 < \dots < P_r = \infty$ . Navzájem nezávislé stejně rozdělené bílé šумы s rozptylem  $\sigma_j^2$  se označují  $\{e_t^{(j)}\}$ .

## Modely MSW

Tyto modely jsou nazývány modely s proměnlivými režimy určenými nepozorovatelnými veličinami MSW. Na rozdíl od prahových modelů, kde se mění režimy na základě minulých pozorování, u těchto modelů dochází ke změnám režimu náhodným způsobem dle markovského mechanismu (MSW - Markov-switching).

Autoregresní model se dvěma režimy má tedy tvar

$$y_t = \begin{cases} \alpha^{(1)} + \sum_{i=1}^{p_1} \varphi_i^{(1)} y_{t-i} + e_t^{(1)} & \text{pro } s_t = 1 \\ \alpha^{(2)} + \sum_{i=1}^{p_2} \varphi_i^{(2)} y_{t-i} + e_t^{(2)} & \text{pro } s_t = 2. \end{cases} \quad (4.53)$$

kde  $s_t$  je Markovův řetězec s hodnotami 1 a 2 a  $\{e_t^{(1)}\}$  a  $\{e_t^{(2)}\}$  jsou nezávislé bílé šumy, které mají stejné rozdělení. Pravděpodobnosti přechodu mezi režimy jsou vyjádřeny takto

$$P(s_t = 2 | s_{t-1} = 1) = w_1, \quad P(s_t = 1 | s_{t-1} = 2) = w_2. \quad (4.54)$$

Konstrukce modelů MSW je dosti obtížná, vzhledem k náhodným změnám režimu. Ke konstrukci se používají odhadové techniky založené na simulacích (např. Markov Chain Monte Carlo). Složitá je také předpověď tohoto modelu, protože předpovědi jsou lineární kombinací předpovědí jednotlivých režimů.

## 4.5 Další modely finančních časových řad

Kromě modelů popsaných v předchozích podkapitolách existuje řada dalších, které se svým tvarem nebo způsobem analýzy od předchozích modelů liší. V této kapitole jsou popsány dva poměrně rozšířené přístupy a to neparametrické modely a neuronové sítě (Cipra 2008).

### Neparametrické modely

Nechť je vztah mezi dvěma finančními proměnnými  $y_t$  a  $x_t$  dán takto

$$y_t = m(x_t) + e_t, \quad (4.55)$$

kde  $m(\cdot)$  je neznámá nelineární funkce a  $\{e_t\}$  je bílý šum. Úkolem je odhadnout co nejvěrněji funkci  $m(\cdot)$  dle pozorovaných hodnot  $y_1, \dots, y_T$  a  $x_1, \dots, x_T$ .

Zákon velkých čísel říká, že aritmetický průměr hodnot  $e_t, \dots, e_T$  konverguje k nule. Proto jako odhad funkce  $m(\cdot)$  bude použit aritmetický průměr

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t. \quad (4.56)$$

Problémem ovšem je, že úkolem je odhadnout funkci  $m(\cdot)$  pro různě volené hodnoty argumentu  $x$ , ale pozorované hodnoty  $x_1, \dots, x_T$  se mohou od volené hodnoty  $x$  značně lišit. Proto je vhodné aritmetický průměr nahradit váženým průměrem. Tedy

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w_t(x) \cdot y_t, \quad (4.57)$$

kde váhy  $w_t(x)$  jsou velké pro ty hodnoty indexu  $t$ , pro které je pozorovaná hodnota  $x_t$  blízko od volené hodnoty  $x$  a malé pro hodnoty  $t$ , pro které je  $x_t$  daleko od voleného  $x$ .

Tímto modelem se tedy vyhlazují hodnoty řady  $y_t$  pomocí lokálních vážených průměrů. Sjednocujícím principem je pak použití tzv. jádra (z ang. kernel, viz. Härdle 1990), což je vhodná funkce  $K(\cdot)$  s vlastnostmi pravděpodobnostní hustoty

$$K(x) \geq 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} K(z) dz = 1. \quad (4.58)$$

Volba vhodného jádra pro  $K(x)$  se provádí pomocí různých softwaru (např. EViews 7) a nazývá se tzv. neparametrická regrese, kde je vztah (4.57) nahrazen

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{t=1}^T K_h(x - x_t) \cdot y_t}{\sum_{t=1}^T K_h(x - x_t)}, \quad (4.59)$$

kde  $h > 0$  je tzv. šířka pásma (bandwidth) a  $K_h(x) = (1/h) \cdot K(x/h)$  je jádro po kalibraci měřítkem  $h$ . Tento vztah již pak správně zohledňuje vzdálenosti  $x_t$  od  $x$ .

## Neuronové sítě

Neuronové sítě se používají k parametrizaci spojitých (nelineárních) funkcí, což vede k stále častějšímu uplatňování tohoto přístupu ve složitějších finančních modelech (Tsay 2002). Neuronovou síť si lze představit jako systém, který vede od vstupní vrstvy  $x$  přes případné skryté vrstvy  $h$  (hidden layer) až k výstupní vrstvě  $o$  (output layer). V každé z těchto vrstev je určitý počet uzlů neboli neuronů, které jsou propojeny aktivační funkcí, přičemž platí, že uzly následné vrstvy jsou propojeny s uzly předchozí (feed-forward). Např. jednoduchá neuronová síť typu 3-2-1 má tři uzly ve vstupní, dva uzly ve skryté a jeden uzel ve výstupní vrstvě. Aktivační funkce má tvar

$$o_j = f_j \left( \alpha_{0j} + \sum_{i \rightarrow j} w_{ij} x_i \right), \quad (4.60)$$

kde  $f_j$  je logistická funkce

$$f_j(z) = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)}, \quad (4.61)$$

$x_i$  je hodnota na  $i$ -tém vstupním uzlu,  $o_j$  je hodnota na  $j$ -tém výstupním uzlu, parametry  $a$  se označují jako vychýlení, parametry  $w$  se označují jako váhy a zápis  $i \rightarrow j$  znamená, že se sčítá přes všechny vstupní uzly  $i$ , které vedou k výstupnímu uzlu  $j$ . Aktivační funkce však může mít různé podoby, např.

$$f_j(z) = \begin{cases} 1 & \text{pro } z > 0 \\ 0 & \text{pro } z \leq 0 \end{cases} \quad (4.62)$$

Pokud se v modelu vyskytuje skrytá vrstva, bývá model složitější. Např.

$$o_j = f_j \left[ \alpha_{0j} + \sum_{i \rightarrow j} w_{ij} x_i + \sum_{k \rightarrow j} w_{kj} f_k \left( \alpha_{0k} + \sum_{i \rightarrow k} w_{ik} x_i \right) \right], \quad (4.63)$$

kde je možný nejenom přechod mezi vstupní a výstupní vrstvou, ale také zprostředkovaný přechod přes skrytou vrstvu (sčítací index  $k$ ).

Pokud jsou k dispozici např. data  $x_t$  a  $y_t$  ( $t = 1, \dots, T$ ), kde  $x_t$  je vektor vstupních hodnot v čase  $t$  a  $y_t$  je pozorovaná hodnota řady v čase  $t$ , navíc dle vztahu (4.63) jsou k dispozici modelové vstupní hodnoty  $o_t$  pro jednotlivé časy  $t$ , pak lze aplikovat tento model na finanční časové řady. Pro odhad vychýlení  $\alpha$  a váhy  $w$  lze použít minimalizace určitého kritéria ve vztahu (4.63), např. minimalizace součtu čtverců

$$\sum_{t=1}^T (y_t - o_t)^2. \quad (4.64)$$

Takto kalibrovanou neuronovou síť lze použít při vytváření předpovědi pro danou časovou řadu.

## 4.6 Testování stacionarity

Pro aplikaci regresní analýzy je nutné vycházet z dat, které tvoří stacionární časovou řadu (viz kapitola 3.2). K zjištění stacionarity časové řady se používá test jednotkového kořene tzv. Dickey-Fullerův test (DF-test) a rozšířený DF-test (ADF).

### Dickey-Fullerův test

V osmdesátých letech byly navrženy tři varianty souhrnně označovány jako  $\tau$ -testy. Tyto testy porovnávaly nulovou s alternativní hypotézou a lze je zapsat jako:

- $\tau$  – test:  $H_0: y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$  proti  $H_1: y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$  pro  $\varphi_1 < 1$   
tzn. jednostranný test náhodné procházky proti stacionárnímu AR(1) procesu,
- $\tau_\mu$  – test:  $H_0: y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$  proti  $H_1: y_t = \alpha + \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$  pro  $\varphi_1 < 1$   
tzn. jednostranný test náhodné procházky proti stacionárnímu AR(1) procesu s nenulovou úrovní,
- $\tau_\tau$  – test:  $H_0: y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$  proti  $H_1: y_t = \alpha + \beta \cdot t + \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$  pro  $\varphi_1 < 1$   
tzn. jednostranný test náhodné procházky proti stacionárnímu AR(1) procesu s lineárním trendem.

Pro všechny tři testy lze nulovou hypotézu zapsat jako

$$H_0: \Delta y_t = \Psi y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ pro } \Psi = 0, \quad (4.65)$$

alternativní hypotézu obecně pak jako

$$H_1: \Delta y_t = \alpha + \beta \cdot t + \Psi y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ pro } \Psi < 0, \quad (4.66)$$

kde  $\Psi = \varphi_1 - 1$ , pro  $\tau$  – test  $\alpha = \beta = 0$  a pro  $\tau_\mu$  – test  $\beta = 0$ .

Testová statistika pro všechny tři varianty DF-testů je klasický  $t$ -poměr

$$DF = \frac{\hat{\Psi}}{\hat{\sigma}(\hat{\Psi})}. \quad (4.67)$$

Kritický obor je dán jako

$$DF \leq t_{1-\alpha}(n). \quad (4.68)$$

Přitom ale testová statistika  $DF$  nemá  $t$ -rozdělení, ale rozdělení s těžšími konci. Proto bylo nutné simulačně zjistit nové kritické hodnoty, které znázorňuje tabulka 4.1.

**Tabulka 4.1.: Kritické hodnoty pro DF testy**

Kritické hodnoty	10 %	5 %	1 %
pro $\tau$ – test ( $n \rightarrow \infty$ )	-1,62	-1,95	-2,58
pro $\tau_\mu$ – test ( $n \rightarrow \infty$ )	-2,57	-2,86	-3,43
pro $\tau_\tau$ – test ( $n \rightarrow \infty$ )	-3,12	-3,41	-3,96

zdroj: Cipra (2008, s. 355)

Software EViews 7 ovšem používá přesnější a také sofistikovanější výpočet  $p$ -hodnot podle MacKinnona.

### Rozšířený Dickey-Fullerův test

Pokud závislé proměnná  $\Delta y_t$  obsahuje autokorelovanost, předchozí model nelze použít, protože má chybu prvního druhu (pravděpodobnost zamítnutí platné  $H_0$ ). Z tohoto důvodu došlo k rozšíření původního testu na rozšířený DF-test (augmented DF-test), kde je nulová hypotéza stanovena jako

$$H_0: \Delta y_t = \Psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \text{ pro } \Psi = 0, \quad (4.69)$$

kdy testová statistika a kritické hodnoty pro jednotlivé varianty testů zůstávají stejné jako před rozšířením.



## 4.7 Diagnostická kontrola modelu

Odhady parametrů, jak u lineárních, tak také u nelineárních modelů volatility, musí splňovat určité podmínky. Zda jsou podmínky splněny, se dá zjistit diagnostickou kontrolou modelu. Diagnostická kontrola je zaměřena především na vlastnosti nesystematické složky.

Modely volatility vycházejí z předpokladu, že rezidua jsou nezávislé náhodné veličiny, s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem. Pro správně určený model tedy platí, že standardizované odchylky vyjádřené vztahem (4.22) by tyto vlastnosti měly splňovat. Pro diagnostickou kontrolu modelu se užívají především následující testy, které se aplikují na vypočtené standardizované odchylky (Arlt, Arltová 2003).

### Rozptyl nesystematické složky

V praxi se testuje nesystematická složka na to, zda je heteroskedastická (tzn. že její rozptyl není konstantní). Pro ověření heteroskedasticity lze použít několik testů. V této práci je použit ARCH- test (LM- Lagrange multiplier). Ze vztahu 4.5 je zřejmé, že rozptyl bude konstantní pouze v případě, kdy parametry  $\alpha_0 \dots \alpha_m$  budou rovny nule. Nulová hypotéza je tedy  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$ . Proti tomu alternativní hypotéza říká, že alespoň jeden parametr je různý od nuly.

Postup při LM-testu:

1. Vytvoří se umělá regrese, do které je zapracována konstanta a model bude mít tuto formu

$$\hat{e}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{e}_{t-1}^2 + u_t, \quad (4.70)$$

z čehož budou získány jak rezidua  $\hat{e}_t^2$ , tak také reziduální součet čtverců  $ESS_0$ .

2. Na základě umělé regrese se vytvoří regresní model

$$\hat{e}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{e}_t^2 + \dots + \alpha_m \hat{e}_m^2 + u_t, \quad (4.71)$$

z kterého budou získány reziduální součty čtverců  $ESS_1$  a index determinace  $R^2$ .

3. Při platnosti nulové hypotézy, tzn. podmíněné homoskedasticity nesystematické složky, má testová statistika  $T \cdot R^2$ , kde  $T$  je délka časové řady a  $R^2$  index determinace modelu, rozdělení  $\chi^2(m)$
4. Dále je nutno vypočíst  $F$ - statistiku

$$F_{LM} = \frac{\frac{ESS_0 - ESS_1}{m}}{\frac{ESS_1}{T-m-1}}. \quad (4.72)$$

Za předpokladu platnosti nulové hypotézy lze rozdělení  $F$ -statistiky aproximovat  $F(m, T - m - 1)$  rozdělením.

### Autokorelace nesystematické složky

Autokorelace nesystematické složky modelu se zjišťuje pomocí výběrové autokorelační funkce

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_t \hat{e}_t \hat{e}_{t-k}}{\sum_t \hat{e}_t^2}. \quad (4.73)$$

Pokud není nesystematická složka autokorelována, hodnoty získané vztahem 4.73 leží uvnitř intervalu  $\pm 2\sqrt{T}$  pro 95 % interval spolehlivosti.

Jsou i další možnosti, jak zjistit, jestli není nesystematická složka autokorelována. Například lze použít tzv. Portmanteau test. V tomto případě se testuje nulová hypotéza  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$ , proti alternativní hypotéze  $H_1: \text{non } H_0$ , kde  $\rho_k, k = 1, \dots, K$ , jsou autokorelace nesystematické složky pro zpoždění  $k$ . Potom statistika správně zkonstruovaného modelu má tvar

$$Q = T \sum_{k=1}^K \hat{\rho}_k^2. \quad (4.74)$$

Pokud jsou dostatečně vysoké hodnoty  $T$  a  $K$ , tak má statistika  $Q$  přibližně rozdělení  $\chi^2$  s  $(K - p - q)$  stupni volnosti. Při porovnání testového kritéria s kvantily rozdělení  $\chi^2 (K - p - q)$  lze testovat autokorelaci nesystematické složky.

Jelikož však při malém rozsahu výběru není statistika 4.74 efektivní, navrhli Ljung a Box tzv. modifikovanou portmanteuovou statistiku, která má tvar

$$Q' = T(T+2) \sum_{k=1}^K (T-k)^{-1} \hat{\rho}_k^2 \quad (4.75)$$

a porovnává se opět s příslušnými kvantily rozdělení  $\chi^2(K - p - q)$ .

### Normalita nesystematické složky

Pro interpretaci odhadu parametrů, pro testování těchto parametrů, pro testování autokorelace a také pro konstrukci intervalových předpovědí musí nesystematické složky modelu splňovat předpoklad normality.

Rozšířeným způsobem zjištění normality reziduí je tzv. Jarque-Berův test, který současně testuje šikmost (třetí moment) a špičatost (čtvrtý moment). Přitom se vychází z předpokladu, že šikmost normálního rozdělení je 0 a špičatost normálního rozdělení je 3. Testové kritérium je dáno vztahem

$$JB = (SK^2 + KU^2), \quad (4.76)$$

kde  $SK$  je testové kritérium pro testování šikmosti rozdělení

$$SK = \left(\frac{T}{6}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\hat{m}_3^2}{\hat{m}_2^3}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.77)$$

a  $KU$  je testové kritérium pro testování špičatosti rozdělení

$$KU = \left(\frac{T}{24}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\hat{m}_4}{\hat{m}_2^2} - 3\right), \quad (4.78)$$

přičemž

$$\hat{m}_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^j, \quad j = 2, 3, 4. \quad (4.79)$$

Při platnosti nulové hypotézy, což znamená normalitu reziduální složky modelu, mají statistiky  $SK$  a  $KU$  asymptoticky normované normální rozdělení  $N(0,1)$ . Statistika  $JB$  má rozdělení  $\chi^2(2)$ . Důvodem pro zamítnutí nulové hypotézy, kromě nenormality, může být také heteroskedasticita nesystematické složky.

## 4.8 Kritéria pro volbu modelu

Často se stává, že při analýze časové řady, lze akceptovat několik modelů. Pro výběr toho nejlepšího z nich bylo navrženo několik kritérií. Tyto kritéria porovnávají nesystematické složky modelu pomocí souhrnných statistik. Předpokladem pro jejich použití je správně zvolený řád diferenciace. Pro potřeby této práce jsou popsána tato kritéria Akaikeho  $AIC$  a  $BIC$  a Schwartzovo bayesovské  $SBC$  (Arlt, Arltová 2003).

Akaikeho informační kritérium je dáno vztahem

$$AIC = \frac{-2L}{n} + \frac{2k}{n}, \quad (4.80)$$

kde  $L$  je maximální věrohodnostní funkce,  $n$  je počet pozorování a  $k$  je počet odhadovaných parametrů.

Jelikož bylo dokázáno, že toto kritérium vede k nadhodnocení řádu autoregrese, bylo navrženo Schwartzovo bayesovské kritérium, které má tvar

$$SBC = \frac{-2L}{n} + \frac{k \log(n)}{n}. \quad (4.81)$$

Při hodnocení je nejlepší ten model, který má nejnižší hodnotou informačního kritéria.

## 4.9 Predikce volatility

Predikci volatility je možné zkoumat buďto ex-ante nebo ex-post. Pomocí metody ex-ante se odhaduje vývoj volatility v budoucnu na základě současných dat. Metoda, která využívá k modelování a predikci volatility historická data, se nazývá ex-post.

V této podkapitole je popsána predikce volatility modelu GARCH (1,1),

### Predikce pro GARCH (1,1)

Pokud pro predikci volatility vyjdeme z období  $t$ , je vztah pro jednokrokovou předpověď dán jako

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_t^2 + \beta \sigma_t^2, \quad (4.82)$$

kde  $e_t$  a  $\sigma_t^2$  jsou v čase  $t$  známy (Arlt, Arltová 2003). Potom pro dvoukrokovou předpověď platí

$$\hat{\sigma}_{t+2}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t+1}^2 + \beta \sigma_{t+1}^2, \quad (4.83)$$

a za využití předpokladu  $E(e_{t+1}^2) = \sigma_{t+1}^2$ , lze upravit rovnici na

$$\hat{\sigma}_{t+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\hat{\sigma}_{t+1}^2. \quad (4.84)$$

Po dosazení vzorce jednokrokové předpovědi do vzorce pro dvoukrokovou předpověď pak dostaneme

$$\hat{\sigma}_{t+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)(\alpha_0 + \alpha_1 e_t^2 + \beta \sigma_t^2) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)(\alpha_1 e_t^2 + \beta \sigma_t^2) \quad (4.85)$$

a podobně pak pro tříkrokovou předpověď

$$\hat{\sigma}_{t+3}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\hat{\sigma}_{t+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)^2\alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)^2(\alpha_1 e_t^2 + \beta \sigma_t^2). \quad (4.86)$$

Z tohoto vztahu lze pak odvodit vzorec pro  $k$ -krokovou předpověď

$$\hat{\sigma}_{t+k}^2 = \frac{\alpha_0[1 - (\alpha_1 + \beta)^{k-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta} + (\alpha_1 + \beta)^{k-1}(\alpha_1 e_t^2 + \beta \sigma_t^2). \quad (4.87)$$

Jelikož pro  $k \rightarrow \infty$  platí

$$\hat{\sigma}_{t+k}^2 \rightarrow \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta}, \quad (4.88)$$

lze říci, že podmíněný rozptyl konverguje k rozptylu nepodmíněnému pro dlouhé předpovědní horizonty.

K posouzení užitečnosti modelů se používají ztrátové funkce (loss functions). Tyto funkce jsou vypočítány pro každý model a pokud je test významný, lze říct, že lepší je model s nižší ztrátovou funkcí. V této práci jsou pro zhodnocení užitečnosti modelů zvoleny následující ztrátové funkce:

- Root Mean Square Error (RMSE),
- Mean Absolute Error (MAE),
- Theil Inequality Coefficient (Theil).

RMSE (odmocnina čtverce chyb) se vypočte dle vztahu

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}, \quad (4.89)$$

kde  $T$  je počet predikovaných období.

MAE (průměr absolutních hodnot chyb) je dán vztahem

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\varepsilon_t| = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\hat{\sigma}_t - \sigma_t|. \quad (4.90)$$

A konečně Theil Inequality Coefficient - Theilův koeficient nerovnosti se pak vypočte jako

$$Theil = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^T (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^T \hat{\sigma}_t} + \sqrt{\sum_{t=T+1}^T \sigma_t^2}}. \quad (4.91)$$

## 5 Empirické odhady modelů a její predikce

V předchozí části práce byly teoreticky popsány vztahy, pomocí nichž jsme schopni modelovat a predikovat volatilitu. V této části práce jsou tyto modely aplikovány na reálné finanční časové řady.

### 5.1 Data a jejich charakteristika

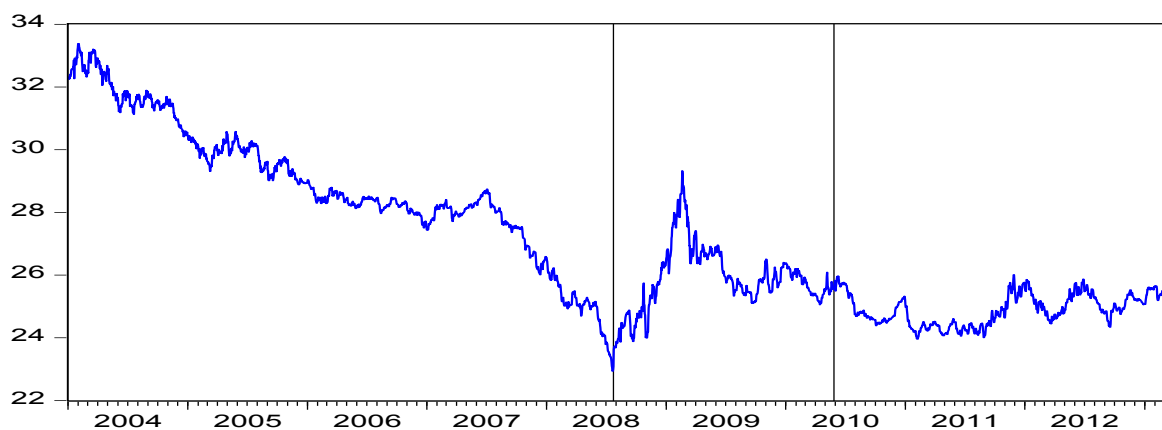
Tato práce se zabývá modelováním a predikcí volatility na devizových trzích. Jako zdrojová data, pro práci s představenými modely, byly vybrány finanční časové řady měnových párů CZK/EUR (česká koruna k euru) pro Českou republiku, PLN/EUR (polský zlotý k euru) pro Polsko a HUF/EUR (maďarský forint k euru) pro Maďarsko. Tato data byla zkoumána od 1. ledna 2004 do 27. března 2013. Je nutno poznamenat, že je počítáno vždy se středním uzavíracím kurzem a kurzy jsou zaznamenány v nepřímém kótování tzn. růst časové řady znamená oslabení a pokles časové řady posílení dané měny. Data byla získána z volně přístupné databáze Oanda (dostupné z <http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>).

#### 5.1.1 Rozdělení dat na období

Zkoumané časové řady jsou rozděleny do tří období. První období začíná prvním pozorováním 1. ledna 2004 a končí 20. srpna 2008, kdy kurzy měn středoevropského regionu měly tendenci posilovat. Na první období navazuje období druhé, které je charakteristické nejvyšší volatilitou, kdy kurzy sledovaných měn nejprve oslabovaly a poté posilovaly. Toto období končí 24. května 2010. Od tohoto data dochází ke stabilizaci především české koruny a polského zlotého, což je v této práci bráno jako třetí období, které končí 27. března 2013.

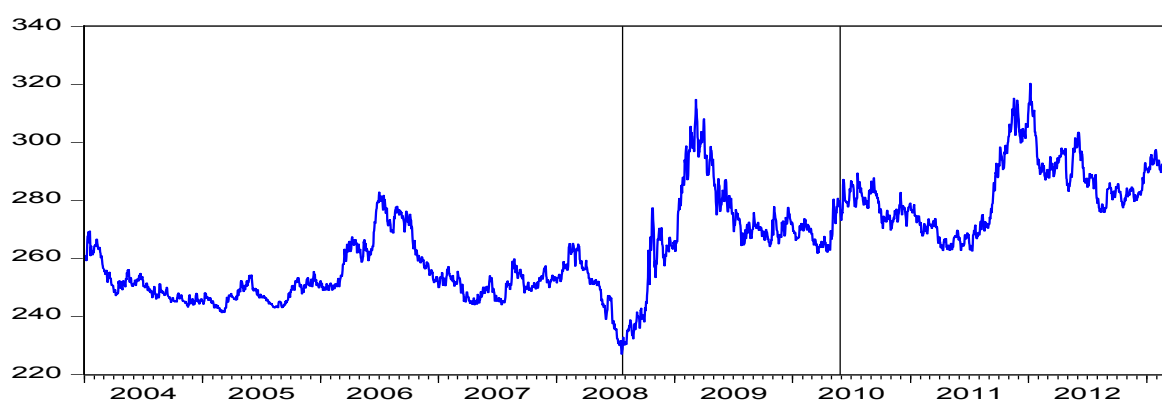
Grafy 5.1, 5.2. a 5.3. znázorňují vývoj sledovaných měnových párů. V prvním období posilovaly zejména měnové páry CZK/EUR a PLN/EUR. Jelikož v tomto období se snažila maďarská centrální banka o plnění požadavků ERM II byl maďarský forint relativně stabilní. Ve druhém graf popisuje oslabení všech zkoumaných měn. Toto oslabení je následováno následným zhodnocováním. Tento vývoj se dá vysvětlit počáteční nedůvěrou investorů v středoevropský region. Tato důvěra byla obnovena, jelikož se ukázalo, že tyto země nebudou mít tak velké problémy s finanční krizí jak se předpokládalo. Poslední období je charakteristické relativní stabilitou s porovnáním s předchozími obdobími. Pouze maďarský forint je méně stabilní než v období prvním, což je způsobeno tím, že se Maďarsko nebylo schopno vyrovnat s finanční krizí.

**Graf 5.1.: Vývoj měnového páru CZK/EUR**



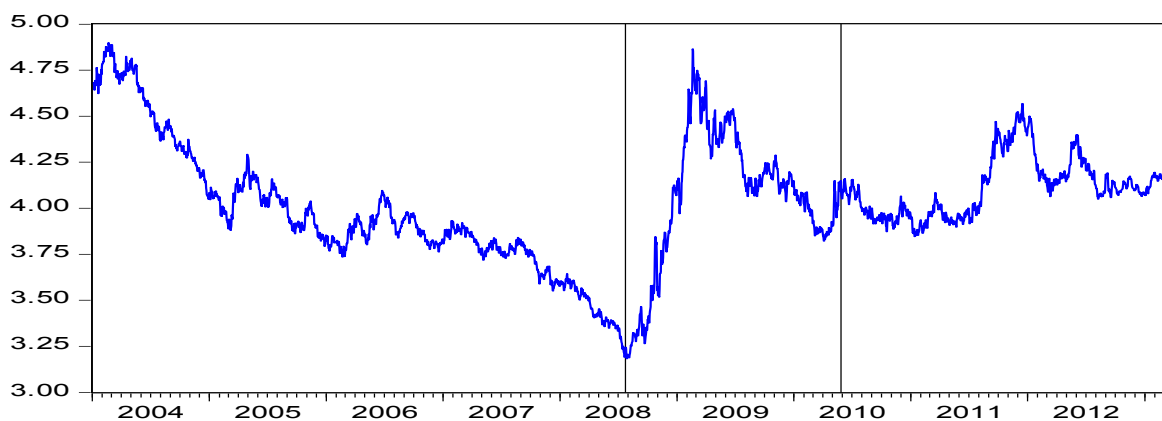
Zdroj: data <http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>,

**Graf 5.2.: Vývoj měnového páru HUF/EUR**



Zdroj: data <http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>,

**Graf 5.3.: Vývoj měnového páru PLN/EUR**



Zdroj: data <http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>,



### 5.1.2 Charakteristika výnosu

Z grafů 5.1. až 5.3. lze vidět, že zkoumané finanční časové řady jsou nestacionární, což potvrdil také test jednotkového kořene ADF v programu EViews. Aby další výpočty měly smysl je nutno pracovat s daty stacionárními. Jednou z možností jak odstranit stacionaritu je vytvoření časové řady denních výnosů. Proto dále v této práci budeme pracovat jen s finanční časovou řadou jednodenních výnosů.

Necht' je kurz dané měny vyjádřen takto

$$Er_t = Er_{t-1} + e_t, \quad (5.1)$$

kde  $e_t$  je náhodná složka a jednodenní výnos pak jako

$$r_t = \frac{Er_t - Er_{t-1}}{Er_{t-1}}. \quad (5.2)$$

Jelikož náhodná složka  $e_t$  nemůže mít normální rozdělení, protože kurz nemůže být záporný je nutné vycházet z jiného rozdělení. Nabízí se logaritmické - normální rozdělení, ale jelikož je logaritmus definovaný pouze z kladných čísel, je nutno upravit rovnici výnosů tak, aby byl výnos definován pouze z kladných čísel. Pro minimální dosažitelný výnos tedy platí

$$r_t = \frac{Er_t - Er_{t-1}}{Er_{t-1}} = -1 \quad (5.3)$$

a upravený výnos je potom dán jako

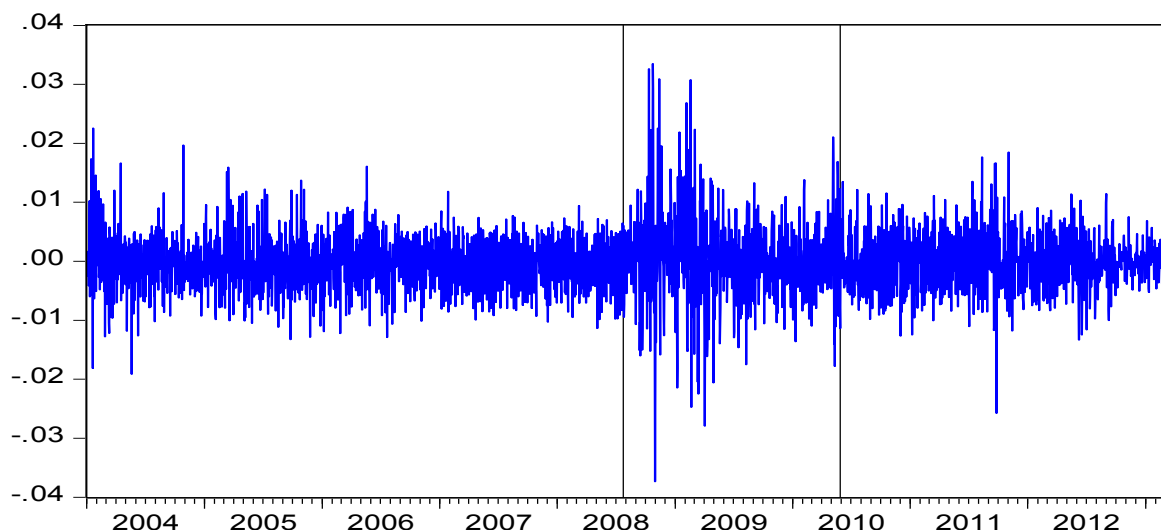
$$r_t + 1 = \frac{Er_t}{Er_{t-1}}. \quad (5.4)$$

Tyto výnosy již budou mít logaritmicko - normální rozdělení a logaritmem tohoto upraveného výnosu získáme normální rozdělení (Arlt, Arltová 2003). Tedy

$$r_t = \ln(r_t + 1) = \ln(Er_t) - \ln(Er_{t-1}). \quad (5.5)$$

Po aplikaci tohoto postupu na zkoumané časové řady bylo zjištěno, pomocí programu EViews a ADF testu, že upravené finanční časové řady již jsou stacionární. V grafu 5.4. je znázorněna ukázka vývoje logaritmovaných jednodenních výnosů měnového páru PLN/EUR. Tyto výnosy jsou rozděleny do třech období dle kapitoly 5.1.1. Další zkoumané časové řady jsou podobné.

**Graf 5.4.: Logaritmované jednodenní výnosy měnového PLN/EUR**



## 5.2 Deskriptivní statistika a test normality

Pro větší přehlednost je provedena, na zkoumaných časových řadách, deskriptivní statistika, kde jsou vypočteny střední hodnoty, maxima, minima, šikmosti, špičatosti a směrodatné odchylky pro jednotlivá období. Také jsou znázorněny rozdělení jednodenních výnosů pro všechny kurzy a všechna období pomocí histogramů. Pro test normality je pak použit Jarque-Berův test popsáný v kapitole 4.7.

**Tabulka 5.1.: Deskriptivní statistika pro jednodenní logaritmované výnosy měnového páru CZK/EUR**

	1. období	2.období	3. období
Střední hodnota	-0.000167	0.00007	-0.000008
Medián	-0.0000179	-0.00000376	-0.00000397
Maximum	0.022989	0.019568	0.009702
Minimum	-0.018238	-0.027658	-0.012644
Směrodatná odchylka	0.002741	0.004477	0.002545
Šikmost	0.262976	-0.373574	-0.001326
Špičatost	9.655299	7.948498	5.220121
Počet pozorování	1693	643	1039

**Tabulka 5.2.: Deskriptivní statistika pro jednodenní logaritmované výnosy měnového páru HUF/EUR**

	1. období	2.období	3. období
Střední hodnota	-0.0000609	0.000248	-0,0000895
Medián	-0.00000406	0.000000	-0,00000707
Maximum	0.016889	0.036549	0.030311
Minimum	-0.018238	-0.027945	-0.021046
Směrodatná odchylka	0.003801	0.007014	0.004719
Šikmost	0.031183	0.415872	0.496227
Špičatost	4.796986	6.464928	6.577826
Počet pozorování	1693	643	1039

**Tabulka 5.3.: Deskriptivní statistika pro jednodenní logaritmované výnosy měnového páru PLN/EUR**

	1. období	2.období	3. období
Střední hodnota	-0.000204	0.000324	0.0000184
Medián	0.0000513	0.000000	0.000000
Maximum	0.022544	0.033487	0.018508
Minimum	-0.019136	-0.037340	-0.025731
Směrodatná odchylka	0.004336	0.007700	0.004468
Šikmost	0.148275	0.249345	0.081403
Špičatost	4.608098	6.226326	4.812774
Počet pozorování	1693	643	1039

V tabulkách 5.1., 5.2. a 5.3. jsou uvedeny vypočtené hodnoty deskriptivní statistiky logaritmovaných časových řad jednodenních výnosů zkoumaných měn.

V prvním období měly všechny zkoumané měny zápornou střední hodnotu, což znamená, že tyto měny zhodnocovaly. Druhé období je charakteristické oslabením všech zkoumaných měn, proto je střední hodnota kladná. V posledním období česká koruna a maďarský forint posilovaly. Polský zlotý v tomto období oslaboval, což vyjadřuje kladná střední hodnota.

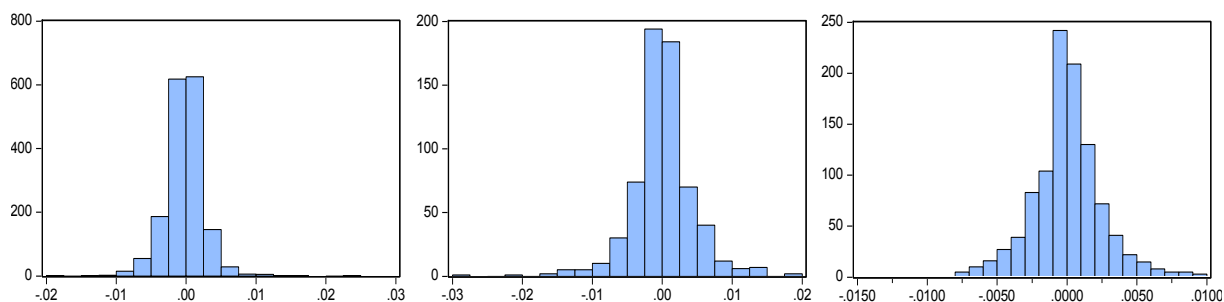
Nejrizikovějším obdobím je období druhé, což vyjadřuje směrodatná odchylka, která byla v tomto období u všech měn nejvyšší. V tomto období také dosáhly dvě ze sledovaných měn a to zlotý a forint, svých maxim a minim. Výnos české koruny byl také minimální v tomto období, ale nejvyššího znehodnocení dosáhla koruna v období předcházejícím.

Šikmost u zlotého a forintu je kladná, což znamená vychýlení rozdělení výnosů doleva. U české koruny byla v prvním období také zjištěna kladná šikmost, ale ve druhé a třetím již byla šikmost záporná tzn. vychýlení doprava.

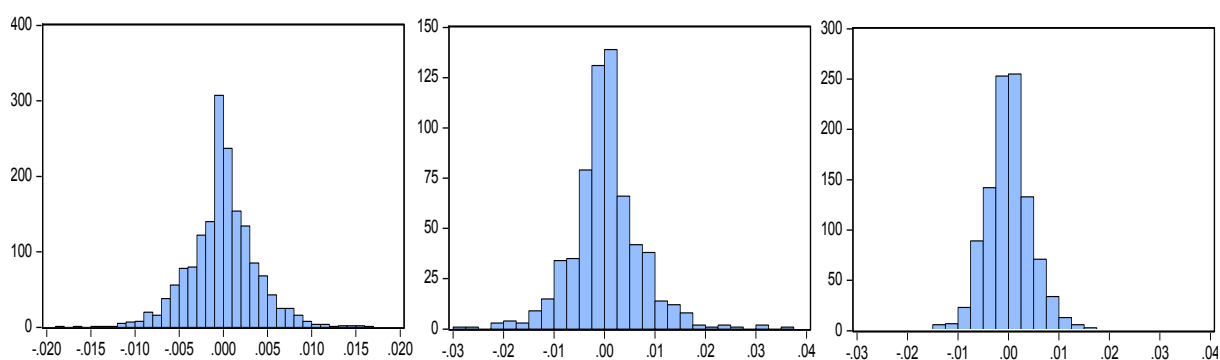
Normální rozdělení předpokládá špičatost rovnou třem. Z tabulek lze vidět, že špičatost tuto hodnotu vždy překročila, což odpovídá specifickým vlastnostem finančních časových řad a jejich leptokurtoicitě.

V grafech 5.5. až 5.7. je zobrazeno rozdělení výnosů v jednotlivých obdobích pomocí histogramu.

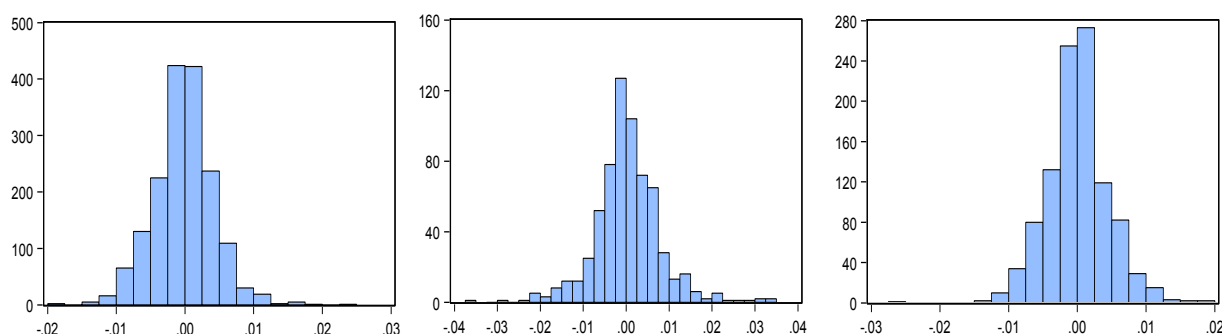
**Graf 5.5.: Rozdělení logaritmů denních výnosů měnového páru CZK/EUR**



**Graf 5.6.: Rozdělení logaritmů denních výnosů měnového páru HUF/EUR**



**Graf 5.7.: Rozdělení logaritmů denních výnosů měnového páru PLN/EUR**



Pro zjištění normality časových řad je proveden Jarque-Bareův test, který je popsán v kapitole 4.7. Výsledky tohoto testu jsou zaznamenány v tabulce 5.4.

**Tabulka 5.4.: Jarque-Berův test normality**

	Jarque-Bera	Pravděpodobnost
CZK/EUR 1	3144.016	0.000000
CZK/EUR 2	671.0203	0.000000
CZK/EUR 3	213.3822	0.000000
HUF/EUR 1	228.0646	0.000000
HUF/EUR 2	340.1878	0.000000
HUF/EUR 3	596.8105	0.000000
PLN/EUR 1	188.6228	0.000000
PLN/EUR 2	285.5421	0.000000
PLN/EUR 3	143.4104	0.000000

Zkoumá se tedy nulová hypotéza, která říká, že data jsou normálně rozdělena. Dle tabulky 5.4. lze zamítnout nulovou hypotézu a lze říci, že zkoumaná data nejsou rozdělena dle normálního rozdělení.

### 5.3 Test stacionarity výnosů zkoumaných dat

Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.6. pro použití regresní analýzy je potřeba, aby zkoumané časové řady byly stacionární. K testování stacionarity je použit ADF test popsáný v téže kapitole. Pro test je použit program EViews. Test je opět proveden pro všechny měny ve všech obdobích.

**Tabulka 5.5.: Rozšířený Dickey-Fullerův test**

	Testové kritérium ADF	Pravděpodobnost	Kritické hodnoty pro hladiny významnosti		
			1%	5%	10%
CZK/EUR 1	-38,47271	0,0000	-3,44032	-2,865831	-2,569113
CZK/EUR 2	-18,36580	0,0000			
CZK/EUR 3	-21,87614	0,0000			
HUF/EUR 1	-9,984841	0,0000			
HUF/EUR 2	-17,69954	0,0000			
HUF/EUR 3	-17,76371	0,0000			
PLN/EUR 1	-9,528910	0,0000			
PLN/EUR 2	-17,11909	0,0000			
PLN/EUR 3	-11,31563	0,0000			

Z tabulky 5.5. lze vidět, že kritéria ADF testu jsou statisticky významná pro všechny zkoumané časové řady. ADF test je test jednotkového kořene a nulová hypotéza říká, že je řada nestacionární. Hodnota testového kritéria je ve všech případech vyšší než kritické hodnoty pro

jednotlivé hladiny významnosti. Tudíž nulovou hypotézu lze zamítnout, což znamená, že všechny zkoumané časové řady jsou stacionární, tedy jsou použitelné pro další výpočty.

## 5.4 Test heteroskedasticity výnosů zkoumaných dat

Pro použití modelů podmíněné heteroskedasticity je potřeba, aby časové řady neměly konstantní rozptyl neboli byly heteroskedastické. V této podkapitole je zkoumána heteroskedasticita jednotlivých časových řad. K tomu je použit LM-test a postup popsáný v podkapitole 4.7.

Za závisle proměnou jsou zvoleny čtverce reziduí a nezávisle proměnou je konstanta a zpožděné čtverce reziduí. V tomto testu jsou rezidua zpožděná od jednoho do čtyř dnů. Výsledky testu jsou uvedeny v tabulce 5.6.

Tabulka 5.6.: ARCH-LM test heteroskedasticity výnosů

	RESID <sup>2</sup> (-1)	Pravděpod.	RESID <sup>2</sup> (-2)	Pravděpod.	RESID <sup>2</sup> (-3)	Pravděpod.	RESID <sup>2</sup> (-4)	Pravděpod.
CZK/EUR 1	<b>7,7784</b>	<b>0,0000</b>	0,8163	0,4144	-0,1160	0,9077	0,3865	0,6991
CZK/EUR 2	<b>2,1840</b>	<b>0,0293</b>	<b>4,4912</b>	<b>0,0000</b>	1,4958	0,1352	0,5861	0,5580
CZK/EUR 3	<b>7,6460</b>	<b>0,0000</b>	-0,2355	0,8139	0,4297	0,6675	<b>2,7011</b>	<b>0,0070</b>
HUF/EUR 1	<b>6,4652</b>	<b>0,0000</b>	0,6714	0,5021	<b>2,6075</b>	<b>0,0092</b>	0,5441	0,5864
HUF/EUR 2	<b>8,1100</b>	<b>0,0000</b>	<b>-2,2282</b>	<b>0,0262</b>	1,5683	0,1173	<b>2,6576</b>	<b>0,0081</b>
HUF/EUR 3	<b>2,0416</b>	<b>0,0414</b>	0,4878	0,6258	0,8698	0,3846	0,6512	0,5151
PLN/EUR 1	<b>2,5450</b>	<b>0,0110</b>	-0,1330	0,8942	-0,7509	0,4528	0,7075	0,4794
PLN/EUR 2	<b>4,6509</b>	<b>0,0000</b>	0,8325	0,4055	-0,3029	0,7621	1,2825	0,2001
PLN/EUR 3	-0,2658	0,7905	<b>7,9703</b>	<b>0,0000</b>	<b>2,6052</b>	<b>0,0093</b>	-0,4187	0,6755

Testuje se nulová hypotéza, která říká, že časová řada je homoskedastická. Tučně jsou vyznačeny hodnoty, které vedou k zamítnutí nulové hypotézy na 5 % hladině významnosti, tudíž zamítnutí homoskedasticity. Z tabulky 5.6. vyplývá, že u každé zkoumané časové řady na 5 % hladině významnosti, je minimálně jedno zpoždění, které vede k zamítnutí nulové hypotézy, což znamená, že zvolené časové řady jsou vhodné pro použití podmíněných modelů heteroskedasticity.

## 5.5 Odhad modelů volatility

V této kapitole jsou odhadnuty nejlepší modely volatility na základě teoretického vymezení z kapitol 4.2. a 4.3. Pro každé období všech zkoumaných časových řad je vybrán nejlepší lineární model, který je zobrazen vždy v levé části tabulky a nelineární model, který je zobrazen vpravo. Nejlepší model je určen na základě statistické významnosti jednotlivých parametrů. Pokud jsou tyto parametry významné u více modelů, je nejlepší model vybrán dle Akaikeho a Schwartzova kritéria viz. kapitola 4.8. Pro odhady modelů je použit program EViews.

Při odhadu modelů je možné použít několik typů rozdělení. Dlouhodobě nejlepší výsledky jsou dosahovány s tzv. GED (Generalized Error Distribution) rozdělením, proto je použito také při těchto odhadech. Dalšími použitelnými rozděleními jsou normální a studentovo. Odhady jsou provedeny postupně pro všechny měny a všechna období.

Ve většině modelech je odhadnuta konstanta, která je statisticky nevýznamná. Proto jsou tyto statisticky nevýznamné konstanty z modelů vynechány.

### 5.5.1 Odhad modelů volatility pro měnový pár CZK/EUR

V této podkapitole jsou zobrazeny výsledky odhadů pro nejlepší lineární a nelineární modely pro všechna tři zkoumaná období měnového páru CZK/EUR.

#### 1. období

Pro první období měnového páru CZK/EUR byl jako nejlepší lineární model nalezen GARCH (2,0) neboli ARCH(2) a nejvhodnější nelineární model EGARCH (2,0). Výsledky odhadů těchto modelů jsou zobrazeny v tabulce 5.7. Jelikož konstanty v obou případech těchto modelů byly zjištěny jako nevýznamné, jsou z modelů vypuštěny.

**Tabulka 5.7.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro CZK/EUR v prvním období**

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-2)^2					LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1))/@SQRT(GARCH(-1))) + C(4)*ABS(RESID(-2))/@SQRT(GARCH(-2)))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-3.58E-06	2.78E-05	-0.128774	0.8975	C	-3.81E-06	3.09E-05	-0.123405	0.9018
Variance Equation					Variance Equation				
C	4.69E-06	4.53E-07	10.35456	0.0000	C(2)	-12.41913	0.104227	-119.1546	0.0000
RESID(-1)^2	0.359576	0.077041	4.667330	0.0000	C(3)	0.556061	0.079557	6.989427	0.0000
RESID(-2)^2	0.159195	0.063109	2.522544	0.0117	C(4)	0.327857	0.080061	4.095086	0.0000
GED PARAMETER	0.831791	0.035345	23.53346	0.0000	GED PARAMETER	0.841376	0.035756	23.53104	0.0000
R-squared	-0.003553	Mean dependent var	-0.000167		R-squared	-0.003543	Mean dependent var	-0.000167	
Adjusted R-squared	-0.003553	S.D. dependent var	0.002741		Adjusted R-squared	-0.003543	S.D. dependent var	0.002741	
S.E. of regression	0.002746	Akaike info criterion	-9.235422		S.E. of regression	0.002746	Akaike info criterion	-9.236758	
Sum squared resid	0.012756	Schwarz criterion	-9.219373		Sum squared resid	0.012756	Schwarz criterion	-9.220709	
Log likelihood	7822.785	Hannan-Quinn criter.	-9.229480		Log likelihood	7823.916	Hannan-Quinn criter.	-9.230815	
Durbin-Watson stat	1.861229				Durbin-Watson stat	1.861247			

## 2. období

Pro druhé období měnového páru CZK/EUR byl jako nejlepší lineární model zjištěn model IGARCH (2,1) a jako nejlepší nelineární model i přes těsně nevýznamný parametr C(4), byl vybrán model EGARCH (1,2). Také v tomto případě jsou konstanty v nejlepších modelech nevýznamné, proto jsou vynechány. Výsledky modelů pro druhé období jsou zobrazeny v tabulce 5.8.

**Tabulka 5.8.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro CZK/EUR ve druhém období**

GARCH = C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*RESID(-2)^2 + (1 - C(2) - C(3))*GARCH(-1)					LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(-1))/@SQRT(GARCH(-1))) + C(4)*LOG(GARCH(-1)) + C(5)*LOG(GARCH(-2))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-2.01E-05	7.47E-05	-0.269065	0.7879	C	-1.89E-05	6.83E-05	-0.277288	0.7816
Variance Equation					Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.319949	0.071027	4.504625	0.0000	C(2)	-0.673307	0.281084	-2.395394	0.0166
RESID(-2)^2	-0.272400	0.074119	-3.675164	0.0002	C(3)	0.450182	0.109055	4.128036	0.0000
GARCH(-1)	0.952452	0.012795	74.43679	0.0000	C(4)	0.361546	0.186074	1.943025	0.0520
					C(5)	0.604589	0.185867	3.252809	0.0011
GED PARAMETER	0.930868	0.055894	16.65424	0.0000	GED PARAMETER	0.832747	0.069261	12.02340	0.0000
R-squared	-0.000405	Mean dependent var	7.00E-05		R-squared	-0.000395	Mean dependent var	7.00E-05	
Adjusted R-squared	-0.000405	S.D. dependent var	0.004477		Adjusted R-squared	-0.000395	S.D. dependent var	0.004477	
S.E. of regression	0.004478	Akaike info criterion	-8.439662		S.E. of regression	0.004478	Akaike info criterion	-8.432284	
Sum squared resid	0.012873	Schwarz criterion	-8.411879		Sum squared resid	0.012873	Schwarz criterion	-8.390610	
Log likelihood	2717.351	Hannan-Quinn criter.	-8.428880		Log likelihood	2716.979	Hannan-Quinn criter.	-8.416112	
Durbin-Watson stat	1.375997				Durbin-Watson stat	1.376012			



### 3.období

Tabulka 5.9. znázorňuje nejlepší modely měnového páru CZK/EUR pro třetí období. Jako nejlepší lineární model, který je zobrazen vlevo, byl zjištěn model IGARCH (2,1). Nejlepší nelineární model byl vybrán EGARCH (2,2). Také u těchto modelů je nutné vypustit konstanty, které jsou statisticky nevýznamné.

**Tabulka 5.9.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro CZK/EUR ve třetím období**

$\text{GARCH} = C(2) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(3) \cdot \text{RESID}(-2)^2 + (1 - C(2) - C(3)) \cdot \text{GARCH}(-1)$					$\text{LOG(GARCH)} = C(2) + C(3) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + C(4) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-2)/\sqrt{\text{GARCH}(-2)}) + C(5) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(6) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-2))$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-4.64E-06	4.42E-05	-0.105019	0.9164	C	-8.62E-06	4.22E-05	-0.204313	0.8381
Variance Equation					Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.284083	0.058053	4.893559	0.0000	C(2)	-0.124394	0.071478	-2.304990	0.0212
RESID(-2)^2	-0.254134	0.060069	-4.230692	0.0000	C(3)	0.579607	0.098987	5.855412	0.0000
GARCH(-1)	0.970050	0.007841	123.7112	0.0000	C(4)	-0.462233	0.101985	-4.532362	0.0000
					C(5)	0.732254	0.128864	5.682367	0.0000
					C(6)	0.264281	0.127373	2.074866	0.0380
GED PARAMETER	0.979973	0.047158	20.78053	0.0000	GED PARAMETER	0.929037	0.059244	15.68145	0.0000
R-squared	-0.000025	Mean dependent var	8.00E-06		R-squared	-0.000043	Mean dependent var	8.00E-06	
Adjusted R-squared	-0.000025	S.D. dependent var	0.002545		Adjusted R-squared	-0.000043	S.D. dependent var	0.002545	
S.E. of regression	0.002545	Akaike info criterion	-9.386256		S.E. of regression	0.002545	Akaike info criterion	-9.387499	
Sum squared resid	0.006722	Schwarz criterion	-9.367214		Sum squared resid	0.006722	Schwarz criterion	-9.354176	
Log likelihood	4880.160	Hannan-Quinn criter.	-9.379032		Log likelihood	4883.806	Hannan-Quinn criter.	-9.374857	
Durbin-Watson stat	1.212476				Durbin-Watson stat	1.212454			

### 5.5.2 Odhad modelů volatility pro měnový pár HUF/EUR

V této kapitole jsou zobrazeny nejlepší lineární a nelineární modely podmíněné heteroskedasticity pro všechna tři zkoumaná období měnového páru HUF/EUR.

#### 1. období

V tomto období se jako nejvhodnější lineární model jevil IGARCH (2,1). Nejlepší nelineární model byl pak zvolen GJR-EGARCH (1,2) s jedním prahem. Výsledky odhadů těchto modelů jsou zaznamenány v tabulce 5.10. Znovu je nutno vypustit konstanty u obou modelů pro jejich statistickou nevýznamnost.

**Tabulka 5.10.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro HUF/EUR v prvním období**

$\text{GARCH} = C(2) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(3) \cdot \text{RESID}(-2)^2 + (1 - C(2) - C(3)) \cdot \text{GARCH}(-1)$					$\text{LOG(GARCH)} = C(2) + C(3) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + C(4) \cdot \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(5) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(6) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-2))$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-1.96E-05	6.43E-05	-0.305387	0.7601	C	-4.61E-06	6.57E-05	-0.070103	0.9441
Variance Equation					Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.102737	0.036001	2.853709	0.0043	C(2)	-0.391256	0.155754	-2.512014	0.0120
RESID(-2)^2	-0.079875	0.036963	-2.160966	0.0307	C(3)	0.176115	0.037095	4.747653	0.0000
GARCH(-1)	0.977138	0.005032	194.1799	0.0000	C(4)	0.105918	0.025824	4.101466	0.0000
					C(5)	0.169822	0.082253	2.064619	0.0390
					C(6)	0.806434	0.081680	9.873110	0.0000
GED PARAMETER	1.075675	0.042458	25.33479	0.0000	GED PARAMETER	1.068028	0.052067	20.51263	0.0000
R-squared	-0.000118	Mean dependent var	-6.09E-05		R-squared	-0.000220	Mean dependent var	-6.09E-05	
Adjusted R-squared	-0.000118	S.D. dependent var	0.003801		Adjusted R-squared	-0.000220	S.D. dependent var	0.003801	
S.E. of regression	0.003801	Akaike info criterion	-8.448694		S.E. of regression	0.003802	Akaike info criterion	-8.463594	
Sum squared resid	0.024449	Schwarz criterion	-8.435854		Sum squared resid	0.024452	Schwarz criterion	-8.441125	
Log likelihood	7155.819	Hannan-Quinn criter.	-8.443939		Log likelihood	7171.432	Hannan-Quinn criter.	-8.455274	
Durbin-Watson stat	1.642209				Durbin-Watson stat	1.642042			

## 2. období

Ve druhém období byl jako nejvhodnější lineární model zvolen IGARCH (1,2) a nelineární model pak GJR-EGARCH (1,0) s jedním prahem, kde byla navíc za nezávisle proměnnou dosazena zpožděná časová řada o jeden den. Výsledky odhadů těchto modelů jsou zobrazeny v tabulce 5.11. Také v těchto modelech byla zjištěna statisticky nevýznamná konstanta, proto je nutné ji vypustit.

**Tabulka 5.11.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro HUF/EUR ve druhém období**

$\text{GARCH} = C(2) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(3) \cdot \text{GARCH}(-1) + (1 - C(2) - C(3)) \cdot \text{GARCH}(-2)$					$\text{LOG(GARCH)} = C(2) + C(3) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + C(4) \cdot \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.32E-07	0.000123	0.001883	0.9985	LN VYNOSHUF2(-1)	0.083549	0.027906	2.993914	0.0028
Variance Equation					Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.084202	0.011761	7.159265	0.0000	C(2)	-10.30565	0.141293	-72.93837	0.0000
GARCH(-1)	-0.039273	0.005571	-7.049953	0.0000	C(3)	0.452526	0.133691	3.384859	0.0007
GARCH(-2)	0.955071	0.007655	124.7642	0.0000	C(4)	0.219921	0.106072	2.073315	0.0381
GED PARAMETER	0.933302	0.053725	17.37193	0.0000	GED PARAMETER	0.867976	0.066524	13.04758	0.0000
R-squared	-0.001248	Mean dependent var	0.000248		R-squared	0.034202	Mean dependent var	0.000258	
Adjusted R-squared	-0.001248	S.D. dependent var	0.007014		Adjusted R-squared	0.034202	S.D. dependent var	0.007015	
S.E. of regression	0.007018	Akaike info criterion	-7.406758		S.E. of regression	0.006894	Akaike info criterion	-7.370709	
Sum squared resid	0.031619	Schwarz criterion	-7.378974		Sum squared resid	0.030461	Schwarz criterion	-7.335938	
Log likelihood	2385.273	Hannan-Quinn criter.	-7.395976		Log likelihood	2370.997	Hannan-Quinn criter.	-7.357214	
Durbin-Watson stat	1.490835				Durbin-Watson stat	1.633004			

### 3. období

Pro toto období se jevil jako nejlepší lineární model prahový GJR-GARCH (1,0) model s jedním prahem. Jako nelineární byl vybrán model GJR-EGARCH (2,2) také s jedním prahem. Výsledky odhadů těchto modelů jsou zobrazeny v tabulce 5.12. Opět je nutno vypustit statisticky nevýznamnou konstantu.

**Tabulka 5.12.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro HUF/EUR ve třetím období**

$\text{GARCH} = C(2) + C(3) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(4) \cdot \text{RESID}(-1)^2 \cdot (\text{RESID}(-1) < 0)$					$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) = & C(1) + C(2) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)}) + C(3) \\ & \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-2) / \sqrt{\text{GARCH}(-2)}) + C(4) \cdot \text{RESID}(-1) \\ & / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(5) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(6) \\ & \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-2)) \end{aligned}$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation					Variance Equation				
C	-3.62E-06	7.83E-05	-0.046165	0.9632	C(1)	-0.067485	0.027372	-2.465461	0.0137
Variance Equation					C(2)	0.146127	0.054374	2.687455	0.0072
C	2.15E-05	2.27E-06	9.482371	0.0000	C(3)	-0.112686	0.051948	-2.169208	0.0301
RESID(-1)^2	0.323578	0.153797	2.103927	0.0354	C(4)	0.098743	0.024459	4.037174	0.0001
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.300980	0.155097	-1.940599	0.0523	C(5)	0.160464	0.010976	14.61926	0.0000
GED PARAMETER					C(6)	0.835662	0.010303	81.10576	0.0000
GED PARAMETER					GED PARAMETER	0.964332	0.055604	17.34270	0.0000
R-squared	-0.000390	Mean dependent var	8.95E-05		R-squared	-0.000360	Mean dependent var	8.95E-05	
Adjusted R-squared	-0.000390	S.D. dependent var	0.004719		Adjusted R-squared	0.000603	S.D. dependent var	0.004719	
S.E. of regression	0.004720	Akaike info criterion	-8.019125		S.E. of regression	0.004718	Akaike info criterion	-8.049748	
Sum squared resid	0.023125	Schwarz criterion	-7.995324		Sum squared resid	0.023124	Schwarz criterion	-8.016425	
Log likelihood	4170.936	Hannan-Quinn criter.	-8.010096		Log likelihood	4188.844	Hannan-Quinn criter.	-8.037106	
Durbin-Watson stat	1.442663				Durbin-Watson stat	1.442705			

### 5.5.3 Odhad modelů volatility pro měnový pár PLN/EUR

V této kapitole jsou uvedeny nejlepší lineární a nelineární modely pro měnový pár PLN/EUR ve třech sledovaných obdobích.

#### 1. období

V prvním období byly jako nejlepší modely zvoleny IGARCH (1,1), s nezávislé proměnou zpoždění časové řady o tři dny jako lineární a GJR-EGARCH (0,3) se dvěma prahy jako nelineární. Jak u lineárního, tak u nelineárního modelu jsou opět statisticky nevýznamné konstanty, proto se vynechávají. Výsledky odhadů pro toto období jsou zobrazeny v tabulce 5.13.

**Tabulka 5.13.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro PLN/EUR v prvním období**

$\text{GARCH} = C(2) * \text{RESID}(-1)^2 + (1 - C(2)) * \text{GARCH}(-1)$					$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) = & C(2) + C(3) * \text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + C(4) \\ & * \text{RESID}(-2) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-2)) + C(5) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(6) \\ & * \text{LOG}(\text{GARCH}(-2)) + C(7) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-3)) \end{aligned}$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-2.93E-05	7.41E-05	-0.396264	0.6919	Variance Equation				
Variance Equation					C(2)	-51.13201	0.769372	-66.45942	0.0000
LNVDYNOPLN1(-3)	-0.047563	0.020137	-2.362014	0.0182	C(3)	0.058295	0.014412	4.044861	0.0001
Variance Equation					C(4)	0.032977	0.013695	2.407992	0.0160
RESID(-1)^2	0.009358	0.003361	2.784692	0.0054	C(5)	-1.380620	0.023530	-58.67413	0.0000
GARCH(-1)	0.990642	0.003361	294.7895	0.0000	C(6)	-1.380881	0.015693	-87.99107	0.0000
GED PARAMETER	1.136935	0.047892	23.73949	0.0000	C(7)	-0.929711	0.024023	-38.70005	0.0000
R-squared	0.001609	Mean dependent var	-0.000203		GED PARAMETER	1.033925	0.045148	22.90062	0.0000
Adjusted R-squared	0.001609	S.D. dependent var	0.004339		R-squared	-0.001623	Mean dependent var	-0.000204	
S.E. of regression	0.004336	Akaike info criterion	-8.120057		Adjusted R-squared	-0.001623	S.D. dependent var	0.004336	
Sum squared resid	0.031755	Schwarz criterion	-8.110414		S.E. of regression	0.004340	Akaike info criterion	-8.152529	
Log likelihood	6864.448	Hannan-Quinn criter.	-8.116486		Sum squared resid	0.031867	Schwarz criterion	-8.126850	
Durbin-Watson stat	1.896605				Log likelihood	6909.116	Hannan-Quinn criter.	-8.143020	
					Durbin-Watson stat	1.885328			

## 2. období

Ve druhém období byl vybrán jako lineární model IGARCH (2,2), kde byla jako nezávisle proměnná přidána zpožděná časová řada o jeden den. Tento model byl vybrán i přesto, že parametr GARCH(-1) je nevýznamný na 5 % hladině významnosti a jako nelineární model byl vybrán GJR-EGARCH (2,0) s jedním prahem a nezávislou proměnnou zpoždění časové řady o jeden den. U obou modelů byla zjištěna statisticky nevýznamná konstanta, proto se opět vynechává.

**Tabulka 5.14.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro PLN/EUR ve druhém období**

$\text{GARCH} = C(3) * \text{RESID}(-1)^2 + C(4) * \text{RESID}(-2)^2 + C(5) * \text{GARCH}(-1) + (1 - C(3) - C(4) - C(5)) * \text{GARCH}(-2)$					$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) = & C(2) + C(3) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + C(4) \\ & * \text{ABS}(\text{RESID}(-2) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-2))) + C(5) * \text{RESID}(-1) \\ & / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) \end{aligned}$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000171	0.000193	0.885192	0.3761	LNVDYNOPLN2(-1)	0.130823	0.037667	3.473129	0.0005
LNVDYNOPLN2(-1)	0.215503	0.034461	6.253467	0.0000	Variance Equation				
Variance Equation					C(2)	-10.25284	0.141866	-72.27139	0.0000
RESID(-1)^2	0.091589	0.019954	4.589969	0.0000	C(3)	0.312671	0.109392	2.858253	0.0043
RESID(-2)^2	0.066210	0.020756	3.189879	0.0014	C(4)	0.234271	0.105034	2.230431	0.0257
GARCH(-1)	-0.058445	0.031205	-1.872924	0.0611	C(5)	0.152728	0.076239	2.003291	0.0451
GARCH(-2)	0.900646	0.030396	29.63068	0.0000	GED PARAMETER	1.082661	0.079808	13.56584	0.0000
GED PARAMETER	1.426328	0.103235	13.81627	0.0000	R-squared	0.057270	Mean dependent var	0.000326	
R-squared	0.078205	Mean dependent var	0.000326		Adjusted R-squared	0.057270	S.D. dependent var	0.007706	
Adjusted R-squared	0.076765	S.D. dependent var	0.007706		S.E. of regression	0.007482	Akaike info criterion	-7.104797	
S.E. of regression	0.007404	Akaike info criterion	-7.151734		Sum squared resid	0.035886	Schwarz criterion	-7.063072	
Sum squared resid	0.035089	Schwarz criterion	-7.110009		Log likelihood	2301.707	Hannan-Quinn criter.	-7.135541	
Log likelihood	2301.707	Hannan-Quinn criter.	-7.135541		Durbin-Watson stat	1.640791			
Durbin-Watson stat	1.794452								

### 3. období

V posledním třetím období byly jako nejvhodnější modely vybrány model GJR-GARCH (1,2) s třemi prahy a vloženou proměnnou zpoždění časové řady o dva dny jako lineární a model GJR-EGARCH (1,2) s dvěma prahy a také novou proměnnou zpoždění časové řady o dva dny jako nelineární. Jak u lineárního, tak u nelineárního modelu opět dochází k vypuštění konstanty pro její nevýznamnost.

**Tabulka 5.15.: Odhad nejlepšího lineárního a nelineárního modelu pro PLN/EUR ve třetím období**

$\text{GARCH} = C(3) + C(4) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(5) \cdot \text{RESID}(-1)^2 \cdot (\text{RESID}(-1) < 0) + C(6) \cdot \text{RESID}(-2)^2 \cdot (\text{RESID}(-2) < 0) + C(7) \cdot \text{RESID}(-3)^2 \cdot (\text{RESID}(-3) < 0) + C(8) \cdot \text{GARCH}(-1) + C(9) \cdot \text{GARCH}(-2)$					$\text{LOG}(\text{GARCH}) = C(2) + C(3) \cdot \text{ABS}(\text{RESID}(-1)) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(4) \cdot \text{RESID}(-1) / \sqrt{\text{GARCH}(-1)} + C(5) \cdot \text{RESID}(-2) / \sqrt{\text{GARCH}(-2)} + C(6) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + C(7) \cdot \text{LOG}(\text{GARCH}(-2))$				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000102	0.000106	-0.962197	0.3360					
LNVDNOSPLN3(-2)	-0.181117	0.031274	-5.791271	0.0000	LNVDNOSPLN3(-2)	-0.156362	0.025788	-6.063322	0.0000
Variance Equation					Variance Equation				
C	3.66E-07	1.86E-07	1.971295	0.0487	C(2)	-0.354022	0.154500	-2.291399	0.0219
RESID(-1)^2	0.173975	0.040317	4.315166	0.0000	C(3)	0.193691	0.045895	4.220338	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.241184	0.040628	-5.936338	0.0000	C(4)	0.344807	0.062743	5.495557	0.0000
RESID(-2)^2*(RESID(-2)<0)	0.371357	0.092458	4.016517	0.0001	C(5)	-0.264991	0.060482	-4.381332	0.0000
RESID(-3)^2*(RESID(-3)<0)	-0.216536	0.079699	-2.716914	0.0066	C(6)	0.256292	0.064436	3.977484	0.0001
GARCH(-1)	0.470817	0.149696	3.145157	0.0017	C(7)	0.724750	0.063511	11.41150	0.0000
GARCH(-2)	0.378976	0.130461	2.904887	0.0037					
GED PARAMETER	1.457402	0.097209	14.99247	0.0000	GED PARAMETER	1.292952	0.091562	14.12107	0.0000
R-squared	0.049711	Mean dependent var	1.67E-05		R-squared	0.047416	Mean dependent var	1.67E-05	
Adjusted R-squared	0.048793	S.D. dependent var	0.004472		Adjusted R-squared	0.047416	S.D. dependent var	0.004472	
S.E. of regression	0.004361	Akaike info criterion	-8.180440		S.E. of regression	0.004365	Akaike info criterion	-8.192430	
Sum squared resid	0.019688	Schwarz criterion	-8.132764		Sum squared resid	0.019736	Schwarz criterion	-8.154289	
Log likelihood	4251.558	Hannan-Quinn criter.	-8.162352		Log likelihood	4255.775	Hannan-Quinn criter.	-8.177959	
Durbin-Watson stat	1.405207				Durbin-Watson stat	1.423082			

## 5.6 Ekonometrická verifikace odhadnutých modelů

U odhadnutých modelů je nutné zjistit vhodnost jejich standardizovaných reziduí. Vhodná standardizovaná rezidua jsou taková, která nemají normální rozdělení, nejsou autokorelovaná a jsou homoskedastická. Pro testy normality, autokorelace a homoskedasticity jsou použité vztahy popsány v kapitole 4.7.

### 5.6.1 Test normality reziduí odhadnutých modelů

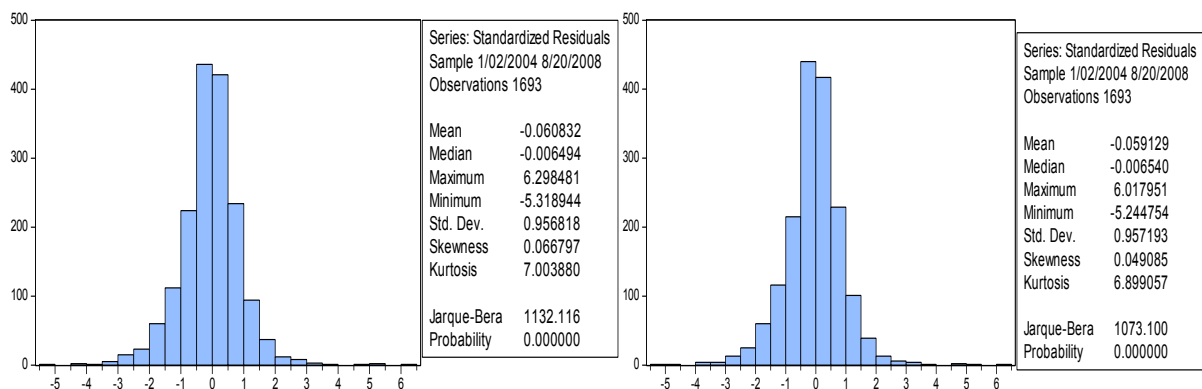
Pro testování normality standardizovaných reziduí odhadnutých modelů je použit Jarque-Berův test, popsáný v kapitole 4.7. Pro představu jsou všechny testy zobrazeny také pomocí histogramů, které jsou doplněny jednotlivými charakteristikami.



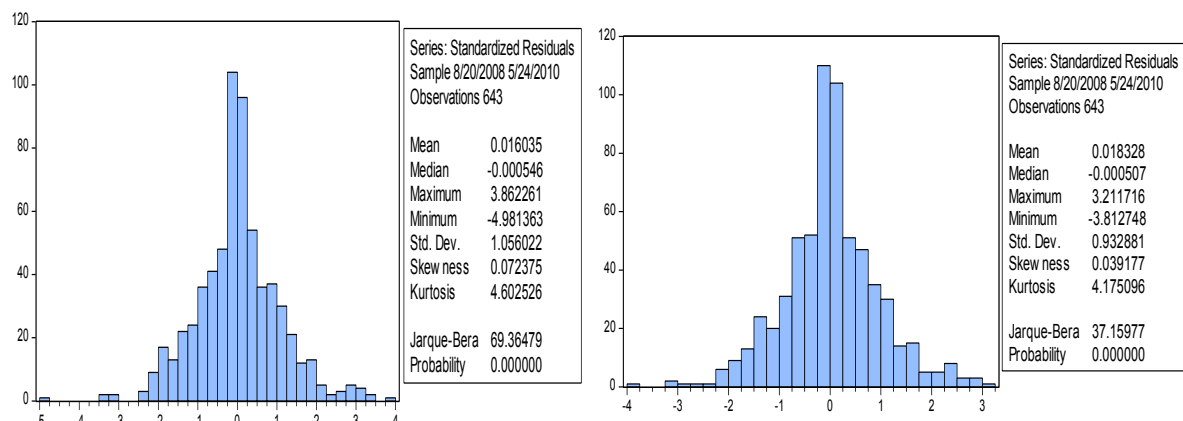
## CZK/EUR

Nejprve jsou zobrazeny testy normality pro měnový pár CZK/EUR, jak lineárních, tak nelineárních nejlepších odhadnutých modelů, pro všechna tři zkoumaná období.

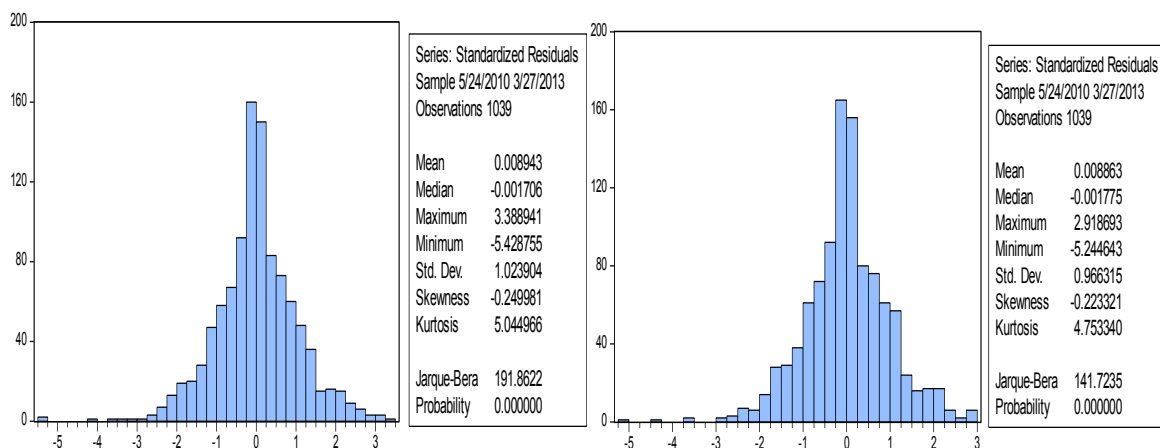
**Graf 5.8.: Histogramy časové řady CZK/EUR modelů ARCH (2) a EGARCH (2,0) v prvním období**



**Graf 5.9.: Histogramy časové řady CZK/EUR modelů IGARCH (2,1) a EGARCH (1,2) ve druhém období**



**Graf 5.10.: Histogramy časové řady CZK/EUR modelů IGARCH (2,1) a EGARCH (2,2) ve třetím období**



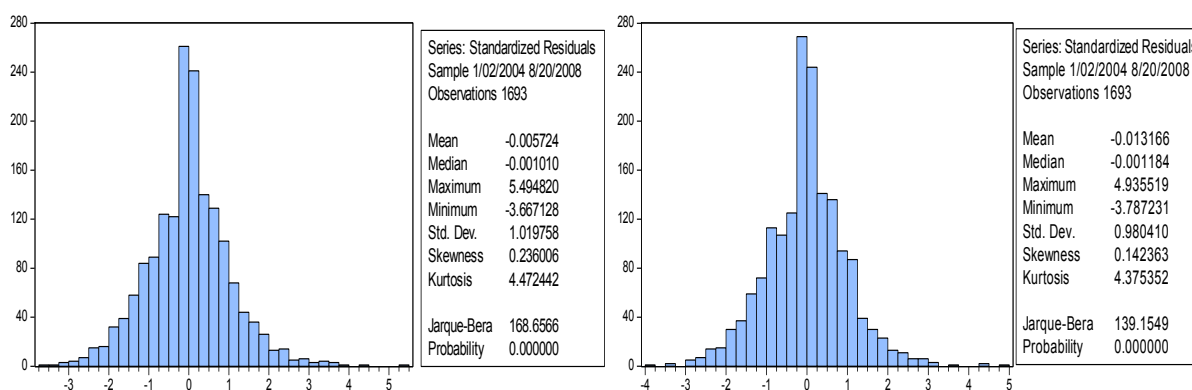
Z grafů 5.8. až 5.10. lze vidět u všech modelů výrazně vyšší špičatost než u normálního rozdělení, což je hlavní důvod zamítnutí nulové hypotézy Jarque-Berova testu, která říká, že data mají normální rozdělení. V prvním a druhém období lze vidět kladnou šikmost tzn. zešikmení

doleva. V posledním období lze vidět zešíkmení doprava, což vyjadřuje záporný koeficient šikmosti. Z těchto důvodů lze konstatovat, že standardizovaná rezidua odhadnutých modelů pro měnový pár CZK/EUR nemají normální rozdělení v žádném ze zkoumaných období.

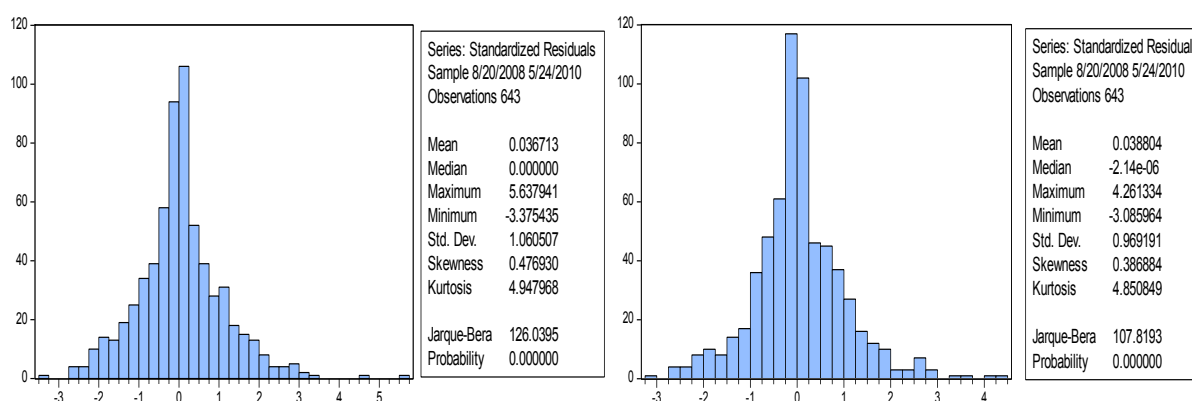
## HUF/EUR

V grafech 5.11., 5.12. a 5.13. jsou zobrazeny testy normality standardizovaných reziduí pro měnový pár HUF/EUR odhadnutých modelů pro všechna tři období. Tyto grafy jsou opět doplněny jednotlivými charakteristikami.

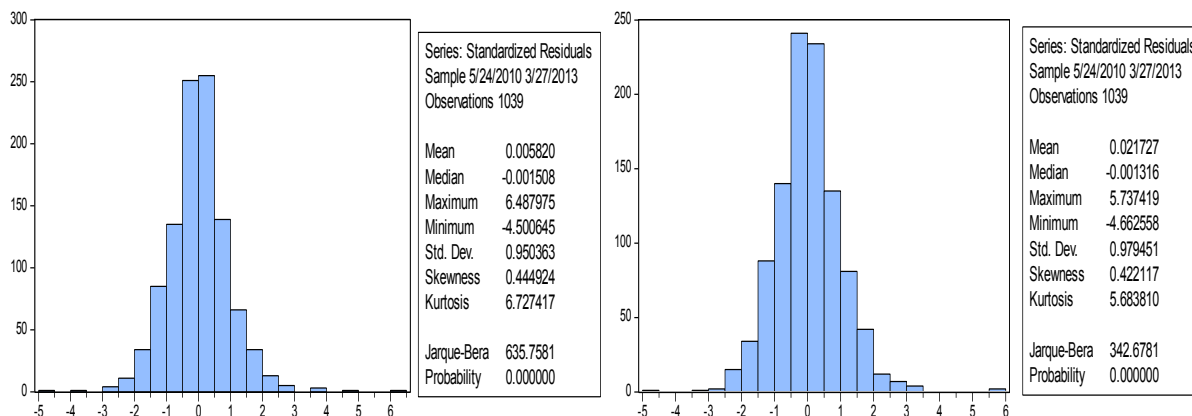
**Graf 5.11.: Histogramy časové řady HUF/EUR modelů IGARCH (2,1) a GJR-EGARCH (1,2) v prvním období**



**Graf 5.12.: Histogramy časové řady HUF/EUR modelů IGARCH (1,2) a GJR-EGARCH (1,0) ve druhém období**



**Graf 5.13.: Histogramy časové řady HUF/EUR modelů GJR-GARCH (1,0) a GJR-EGARCH (2,2) ve třetím období**

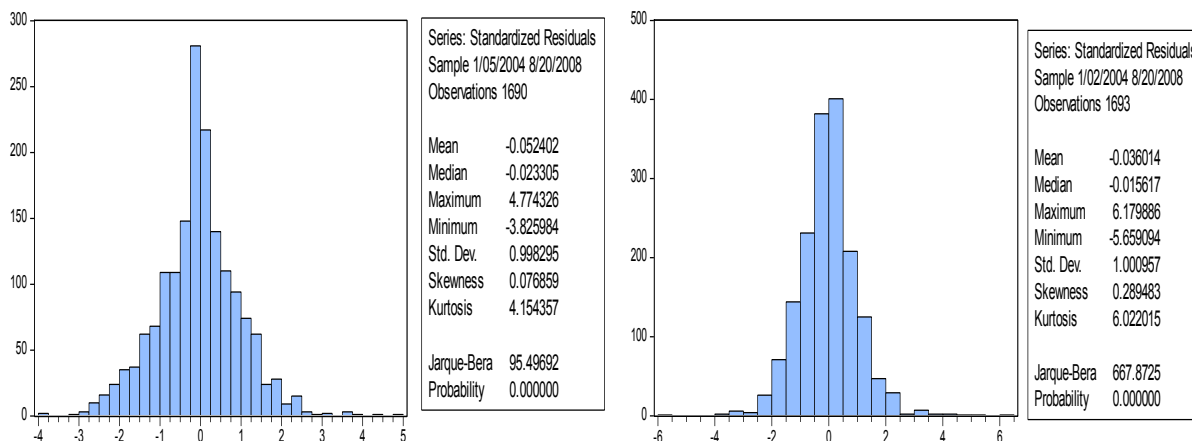


Také u rozdělení standardizovaných reziduí odhadnutých modelů je z grafů 5.11 až 5.13 vidět vyšší špičatost než u normálního rozdělení. Všechny rezidua vykazují zešikmení doleva. Z těchto důvodů jsou hodnoty Jarque-Berova testu dostatečně vysoké pro zamítnutí nulové hypotézy o normálním rozdělení. Tudíž standardizovaná rezidua nemají normální rozdělení.

## PLN/EUR

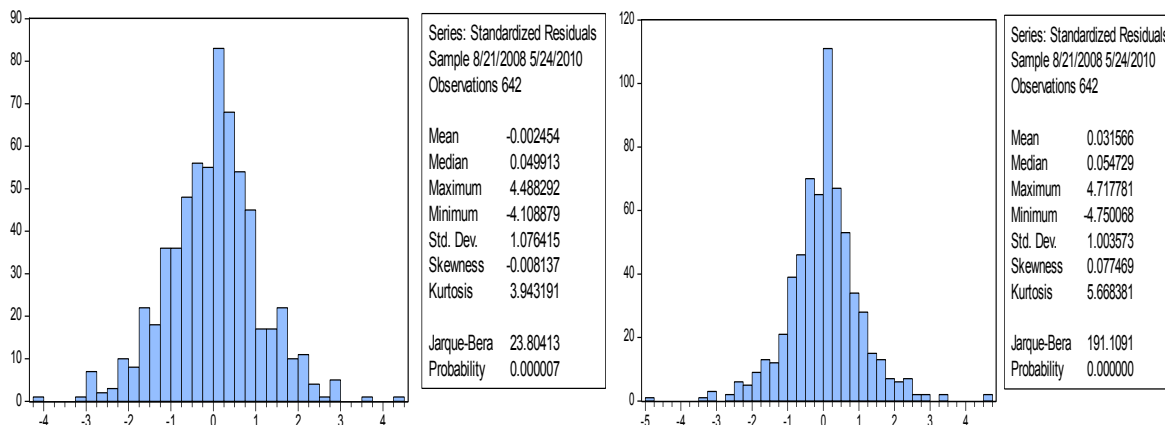
Jako poslední jsou podrobena testu normality standardizovaná rezidua nejlepších odhadnutých modelů měnového páru PLN/EUR pro všechna tři období. Grafické zobrazení a výběrové charakteristiky jsou zobrazeny v grafech 5.14 až 5.17.

**Graf 5.14.: Histogramy časové řady PLN/EUR modelů IGARCH (1,1) a GJR-EGARCH (0,3) v prvním období**

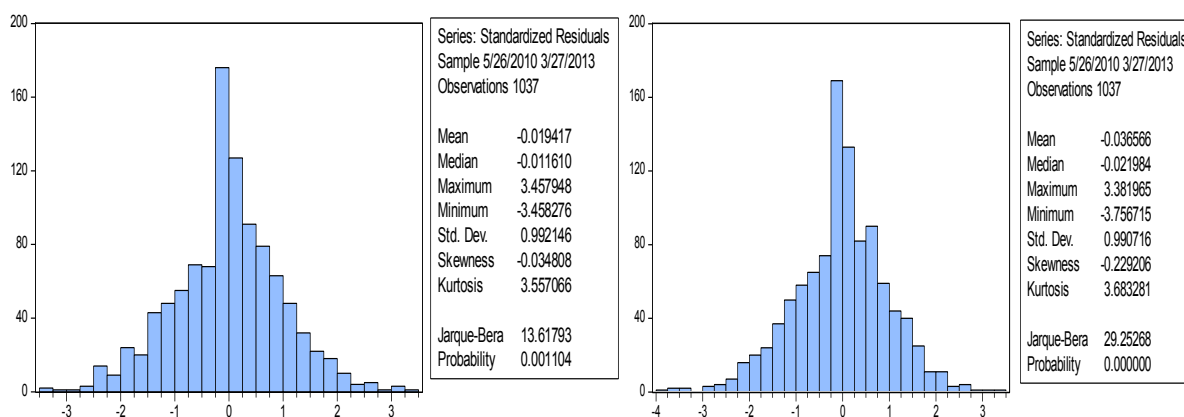




**Graf 5.15.: Histogramy časové řady PLN/EUR modelů IGARCH (2,2) a GJR-EGARCH (2,0) ve druhém období**



**Graf 5.16.: Histogramy časové řady PLN/EUR modelů GJR-GARCH (1,2) a GJR-EGARCH (1,2) ve třetím období**



V prvním období vykazuje rozdělení reziduí u obou modelů zešikmení doleva. Ve druhém období rezidua u lineárního modelu jsou také zešikmena doleva a u nelineárního doprava. V posledním období jsou rezidua zešikmeny doprava u obou modelů. Rozdělení reziduí všech odhadnutých modelů je špičatější, než normální rozdělení. Z těchto důvodů jsou hodnoty Jarque-Berova testu dostatečně vysoké pro zamítnutí nulové hypotézy na 5 % hladině významnosti. Z toho vyplývá, že standardizovaná rezidua odhadnutých modelů nemají normální rozdělení.

U všech odhadnutých modelů byla prokázána nenormálnost rozdělení standardizovaných reziduí.

### 5.6.2 Test autokorelace reziduí odhadnutých modelů

V této podkapitole jsou standardizovaná rezidua testována, zda nejsou autokorelována. Je použit test sériové závislosti standardizovaných reziduí časové řady a časové řady zpožděných reziduí, tato rezidua jsou postupně zpožďována o jeden až pět řádů. Testy autokorelace jsou zobrazeny pomocí korelogramů dle jednotlivých měnových párů opět pro všechna období.

#### CZK/EUR

Tabulka 5.16.: Test autokorelace reziduí pro CZK/EUR v prvním období

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.004	-0.004	0.0284	0.866	1	-0.002	-0.002	0.0077	0.930
2	-0.025	-0.025	1.1202	0.571	2	-0.008	-0.008	0.1179	0.943
3	0.002	0.002	1.1307	0.770	3	0.041	0.041	3.0025	0.391
4	0.028	0.027	2.62	0.658	4	0.041	0.041	5.12	0.207
5	0.006	0.006	2.41	0.779	5	0.016	0.017	6.80	0.276

Tabulka 5.17.: Test autokorelace reziduí pro CZK/EUR ve druhém období

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.011	0.011	0.0758	0.783	1	0.023	0.023	2.36	0.107
2	-0.002	-0.002	0.0778	0.962	2	0.026	0.022	3.0430	0.218
3	0.036	0.036	3.59	0.283	3	-0.025	-0.028	3.94	0.326
4	-0.015	-0.016	3.53	0.413	4	-0.023	-0.020	6.1227	0.190
5	0.020	0.020	4.64	0.521	5	-0.029	-0.020	6.37	0.246

Tabulka 5.18.: Test autokorelace reziduí pro CZK/EUR ve třetím období

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.032	0.032	1.0570	0.304	1	0.004	0.004	0.0131	0.909
2	-0.044	-0.045	3.0324	0.220	2	-0.003	-0.003	0.0251	0.988
3	0.007	0.010	3.0799	0.379	3	0.019	0.019	0.4004	0.940
4	-0.002	-0.004	3.0832	0.544	4	-0.007	-0.007	0.4464	0.979
5	-0.002	-0.001	3.0862	0.687	5	0.009	0.009	0.5280	0.991

Jak je z tabulek 5.16, 5.17 a 5.18 vidět, standardizovaná rezidua nejsou na 5 % hladině významnosti autokorelována v žádném zkoumaném období.

#### HUF/EUR

V tabulkách 5.19, 5.20 a 5.21 jsou uvedeny výsledky testů autokorelace reziduí pro měnový pár HUF/EUR. Vlevo jsou opět zobrazeny výsledky pro lineární modely a vpravo pro modely nelineární.

**Tabulka 5.19.: Test autokorelace reziduí pro HUF/EUR v prvním období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.019	0.019	0.6269	0.428
2	-0.003	-0.003	0.6418	0.726
3	0.005	0.005	0.6796	0.878
4	-0.006	-0.007	0.7512	0.945
5	0.027	0.027	1.50	0.855

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.017	0.017	0.4636	0.496
2	0.018	0.018	1.0420	0.594
3	-0.023	-0.024	1.35	0.582
4	0.009	0.009	2.0914	0.719
5	-0.010	-0.010	2.20	0.810

**Tabulka 5.20.: Test autokorelace reziduí pro HUF/EUR ve druhém období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.028	0.028	2.1837	0.139
2	0.012	0.009	2.10	0.320
3	-0.042	-0.043	3.50	0.332
4	0.006	0.011	3.60	0.488
5	0.049	0.049	4.10	0.419

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.012	0.012	0.0937	0.760
2	0.029	0.029	0.6462	0.724
3	0.048	0.048	2.1663	0.539
4	0.076	0.075	5.00	0.204
5	<b>0.231</b>	<b>0.229</b>	<b>40.708</b>	<b>0.000</b>

**Tabulka 5.21.: Test autokorelace reziduí pro HUF/EUR ve třetím období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.002	0.002	0.0051	0.943
2	0.025	0.025	0.6403	0.726
3	0.035	0.035	1.93	0.594
4	0.020	0.019	2.97	0.677
5	0.009	0.007	2.4	0.791

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.005	-0.005	0.0296	0.863
2	0.020	0.020	0.4410	0.802
3	-0.014	-0.014	0.6543	0.884
4	0.020	0.020	1.0734	0.898
5	-0.021	-0.020	1.44	0.908

Na 5 % hladině významnosti byla těsně prokázána autokorelace při zpoždění náhodné složky o čtyři a pět dní u nelineárního modelu GJR-EGARCH (1,0) ve druhém období. U všech ostatních modelů autokorelace zjištěná nebyla.

## PLN/EUR

V níže uvedených tabulkách 5.22, 5.23 a 5.24 jsou zobrazeny výsledky testů autokorelace náhodné složky pro měnový pár PLN/EUR lineárních a nelineárních modelů pro tři zkoumaná období.

**Tabulka 5.22.: Test autokorelace reziduí pro PLN/EUR v prvním období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.005	0.005	0.0415	0.839
2	0.009	0.009	0.1667	0.920
3	-0.039	-0.039	2.3	0.442
4	-0.000	-0.000	2.6	0.611
5	<b>0.072</b>	<b>0.073</b>	<b>11.472</b>	<b>0.043</b>

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.016	0.016	0.4560	0.500
2	0.002	0.002	0.4616	0.794
3	-0.020	-0.020	1.1279	0.770
4	0.029	0.029	2.93	0.639
5	0.032	0.031	8.34	0.110

**Tabulka 5.23.: Test autokorelace reziduí pro PLN/EUR ve druhém období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.027	0.027	0.4856	0.486	1	0.017	0.017	0.1783	0.673
2	0.004	0.004	0.4974	0.780	2	0.005	0.004	0.1927	0.908
3	-0.073	-0.074	3.2	0.265	3	0.040	0.039	1.62	0.752
4	-0.024	-0.020	4.19	0.363	4	0.090	0.089	6.93	0.167
5	0.017	0.019	4.71	0.478	5	0.048	0.046	7.64	0.157

**Tabulka 5.24.: Test autokorelace reziduí pro PLN/EUR ve třetím období**

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.034	0.034	1.21	0.267	1	0.014	0.014	0.1914	0.662
2	-0.037	-0.038	2.89	0.265	2	0.030	0.030	1.1321	0.568
3	-0.016	-0.013	2.42	0.403	3	-0.060	-0.060	4.34	0.184
4	-0.031	-0.031	3.40	0.419	4	-0.021	-0.020	5.61	0.260
5	0.072	0.073	9.40	0.097	5	0.064	0.068	9.19	0.090

U měnového páru PLN/EUR byly zjištěny testem autokorelace nejhorší výsledky, kdy u všech odhadnutých modelů, kromě nelineárního modelu v prvním období, je minimálně jednou překročena 5 % hladina významnosti. Tučně jsou označeny hodnoty, dle kterých je u modelu zjištěna autokorelace náhodné složky. Pro logaritmy výnosů měnového páru PLN/EUR nebyly nalezeny takové modely podmíněné heteroskedasticity, aby splňovaly podmínky ekonometrické verifikace a zároveň jejich parametry byly významné.

### 5.6.3 Test heteroskedasticity reziduí odhadnutých modelů

V podkapitole 5.4. bylo za pomoci ARCH-LM testu prokázáno, že zkoumané časové řady vykazují heteroskedasticitu. Odhadem správného modelu podmíněné heteroskedasticity by mělo dojít k její odstranění. Tudíž výsledek ARCH-LM testu by měl být opačný než v podkapitole 5.4. tzn. na 5 % hladině významnosti přijetí nulové hypotézy, která říká, že jsou rezidua homoskedastická. Testování je provedeno se zpožděním náhodné veličiny o jeden až čtyři dny pro všechny zkoumané měny a všechna období.

### CZK/EUR

Výsledky ARCH-LM testů heteroskedasticity náhodné složky pro měnový pár CZK/EUR pro všechna období jsou zobrazeny v tabulkách 5.25 až 5.27.

**Tabulka 5.25.: Test heteroskedasticity reziduí pro CZK/EUR v prvním období**

	ARCH (2)		EGARCH (2,0)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	-0.175096	0.8610	-0.147770	0.8825
RESID^2 (-2)	-1.016445	0.3096	-0.316803	0.7514
RESID^2 (-3)	0.094223	0.9249	1.693161	0.0906
RESID^2 (-4)	1.109699	0.2673	1.704909	0.0884

**Tabulka 5.26.: Test heteroskedasticity reziduí pro CZK/EUR ve druhém období**

	IGARCH (2,1)		EGARCH (1,2)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	0.300665	0.7638	1.534497	0.1254
RESID^2 (-2)	-0.066126	0.9473	0.654108	0.5133
RESID^2 (-3)	1.939208	0.0529	-0.601651	0.5476
RESID^2 (-4)	-0.416662	0.6771	-1.558323	0.1197

**Tabulka 5.26.: Test heteroskedasticity reziduí pro CZK/EUR ve třetím období**

	IGARCH (2,1)		EGARCH (2,2)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	1.077318	0.2816	0.115052	0.9084
RESID^2 (-2)	-1.448151	0.1479	-0.113585	0.9096
RESID^2 (-3)	0.310057	0.7566	0.606851	0.5441
RESID^2 (-4)	-0.138069	0.8902	-0.217361	0.8280

ARCH-LM test prokázal, že ve všech odhadnutých modelech jsou standardizovaná rezidua homoskedastická.

## HUF/EUR

V tabulkách 5.27 až 5.29 jsou zobrazeny výsledky ARCH-LM testů heteroskedasticity pro měnový pár HUF/EUR ve třech sledovaných obdobích.

**Tabulka 5.27.: Test heteroskedasticity reziduí pro HUF/EUR v prvním období**

	IGARCH (2,1)		GJR-EGARCH (1,2)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	0.777636	0.4369	0.677217	0.4984
RESID^2 (-2)	-0.150979	0.8800	0.745862	0.4559
RESID^2 (-3)	0.199910	0.8416	-0.986695	0.3239
RESID^2 (-4)	-0.274443	0.7838	0.387878	0.6982

**Tabulka 5.28.: Test heteroskedasticity reziduí pro HUF/EUR ve druhém období**

	IGARCH (1,2)		GJR-EGARCH (1,0)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	1.470230	0.1420	0.156217	0.8759
RESID^2 (-2)	0.283491	0.7769	0.659246	0.5100
RESID^2 (-3)	-1.098587	0.2724	1.185843	0.2361
RESID^2 (-4)	0.265565	0.7907	1.883475	0.0601

**Tabulka 5.29.: Test heteroskedasticity reziduí pro HUF/EUR ve třetím období**

	GJR-GARCH (1,0)		GJR-EGARCH (2,2)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	0.021257	0.9830	-0.151853	0.8793
RESID^2 (-2)	0.787389	0.4312	0.635918	0.5250
RESID^2 (-3)	1.114617	0.2653	-0.445355	0.6562
RESID^2 (-4)	0.622159	0.5340	0.626107	0.5314

Také pro měnový pár HUF/EUR byly nalezeny takové modely, které odstranily heteroskedasticitu reziduí. Tzn. na 5 % hladině významnosti byla splněna nulová hypotéza o homoskedasticitě náhodné složky u všech vybraných modelů. Tudíž lze říct, že rozptyl reziduí je konstantní.

## PLN/EUR

V níže zobrazených tabulkách 5.30, 5.31 a 5.32 jsou uvedeny výsledky ARCH-LM testu pro třetí sledovaný měnový pár PLN/EUR. Výsledky jsou opět prezentovány po jednotlivých obdobích.

**Tabulka 5.30.: Test heteroskedasticity reziduí pro PLN/EUR v prvním období**

	IGARCH (1,1)		GJR-EGARCH (0,3)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	0.210975	0.8329	0.694592	0.4874
RESID^2 (-2)	0.356283	0.7217	0.059131	0.9529
RESID^2 (-3)	-1.594827	0.1109	-0.842818	0.3994
RESID^2 (-4)	-0.005001	0.9960	1.203186	0.2291

**Tabulka 5.31.: Test heteroskedasticity reziduí pro PLN/EUR ve druhém období**

	IGARCH (2,2)		GJR-EGARCH (2,0)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	0.654305	0.5132	0.306537	0.7593
RESID^2 (-2)	0.133785	0.8936	0.074871	0.9403
RESID^2 (-3)	-1.854288	0.0642	0.952152	0.3414
RESID^2 (-4)	-0.497171	0.6192	2.249584	0.0248

**Tabulka 5.32.: Test heteroskedasticity reziduí pro PLN/EUR ve třetím období**

	GJR-GARCH (1,2)		GJR-EGARCH (1,2)	
	t-statistika	pravděpod.	t-statistika	pravděpod.
RESID^2 (-1)	1.124952	0.2609	0.463353	0.6432
RESID^2 (-2)	-1.256820	0.2091	0.987676	0.3235
RESID^2 (-3)	-0.383151	0.7017	-1.924797	0.0545
RESID^2 (-4)	-0.999715	0.3177	-0.637657	0.5238

Také výsledky testů u měnového páru PLN/EUR potvrzují platnost nulové hypotézy o konstantnosti rozptylu náhodné složky.

Ve všech obdobích, jak u lineárních, tak u nelineárních modelů, nebyla na 5 % hladině významnosti zamítnutá nulová hypotéza. Tzn., že pro všechny zkoumané měny se podařilo odhadnout modely podmíněné heteroskedasticity tak, že odstranily nekonstantnost náhodné složky. Tyto modely mohou být tudíž použity k modelování a predikci volatility. Problém ovšem zůstává u měnového páru PLN/EUR, kde byla u pěti ze šesti modelů zjištěna autokorelace reziduí.

## 5.7 Volatilita odhadnutých modelů

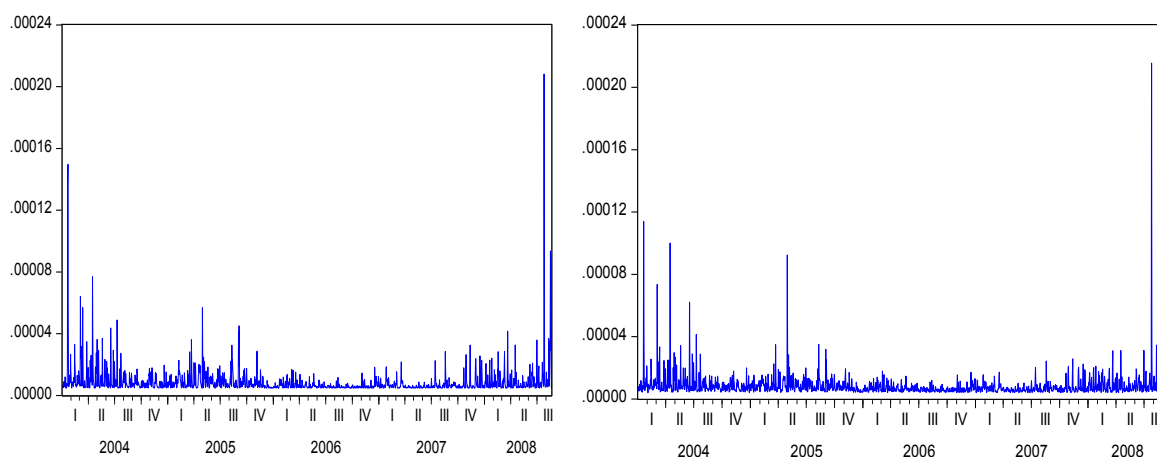
V této podkapitole jsou graficky zobrazeny odhady nejlepších lineárních a nelineárních modelů podmíněné heteroskedasticity u všech třech zkoumaných měn opět pro všechna tři období. Volatilita je vyjádřena pomocí podmíněného rozptylu. Zvýšené volatility jsou zdůvodněny ekonomickými příčinami. V grafech jsou rozděleny jednotlivé roky na čtvrtletí.

### CZK/EUR

První období je charakteristické dlouhodobým posilováním české koruny vůči euru. Zvýšená volatilita se vyskytuje především na začátku a na konci sledovaného období, což potvrzují jak lineární tak nelineární modely jejichž volatilita je znázorněna v grafu 5.17. Na začátku roku 2004 dosáhla česká koruna svých maxim. V únoru došlo ke změně trendu a koruna posilovala. Tato změna trendu byla způsobená dobrými výsledky české ekonomiky a také plánovaným vstupem ČR do EU.

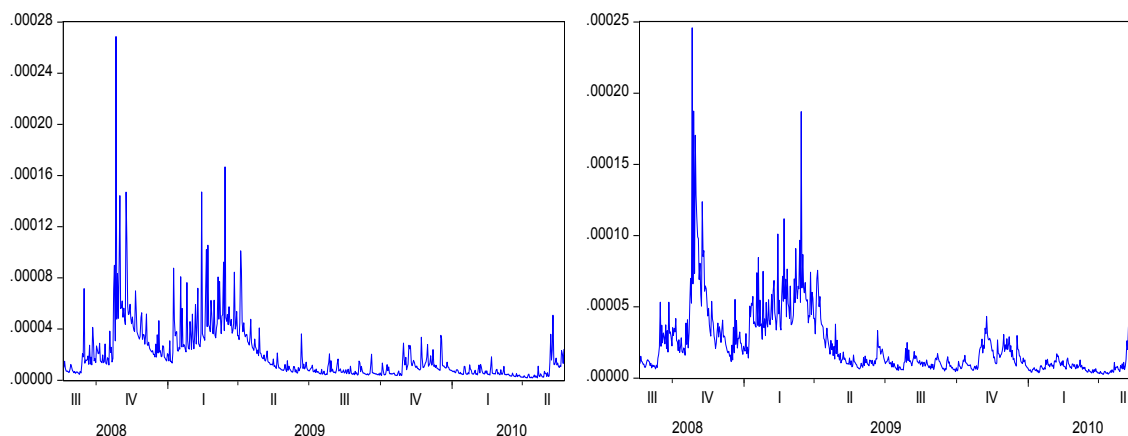
Další výrazné zvýšení volatility přišlo ve třetím čtvrtletí roku 2008, kdy těsně před krachem Lehman Brothers, což je obecně bráno jako počátek finanční krize, koruna razantně posilovala. Toto zhodnocování bylo způsobeno především zájmem zahraničních investorů, investovat do relativně rizikových, ale rychle rostoucích středoevropských a východoevropských ekonomik.

**Graf 5.17.: Vývoj volatility měnového páru CZK/EUR v prvním období**





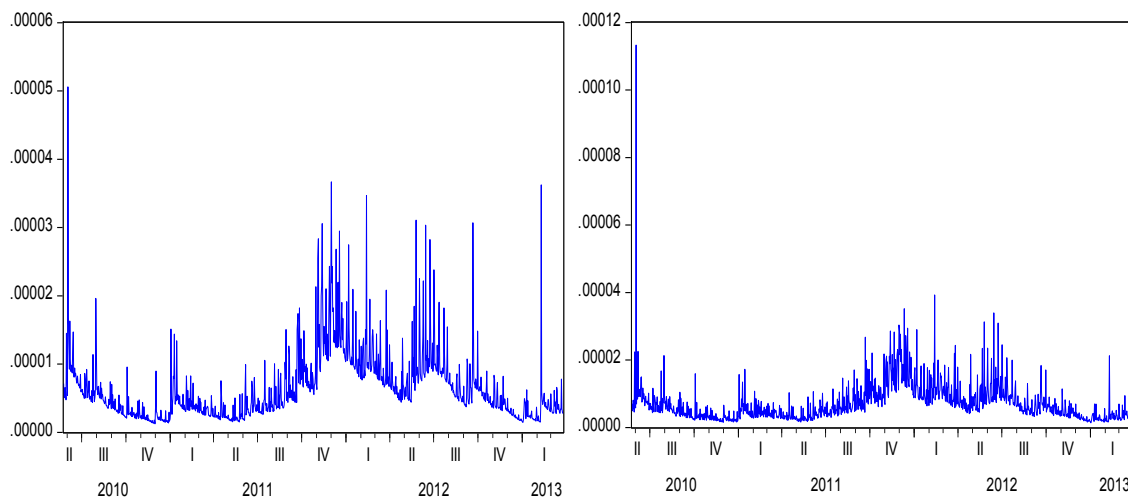
**Graf 5.18.: Vývoj volatility měnového páru CZK/EUR ve druhém období**



Ve druhém nejvolatilnějším období česká koruna zpočátku oslabovala, což bylo spojeno s vysokou volatilitou, což lze vidět v grafu 5.18, ve čtvrtém čtvrtletí roku 2008. Toto oslabení bylo způsobeno především rizikovostí české otevřené ekonomiky a poklesem zájmů zahraničních investorů, kteří neměli jistotu jak se relativně nové tržní ekonomiky vyrovnají s finanční krizí.

Druhé zvýšení volatility přišlo na konci prvního čtvrtletí 2009, kdy byla koruna ve sledovaném období nejslabší a poté přišlo výrazné posílení, které bylo způsobeno relativně stabilním bankovním sektorem a návratem důvěry investorů v středoevropský region.

**Graf 5.19.: Vývoj volatility měnového páru CZK/EUR ve třetím období**



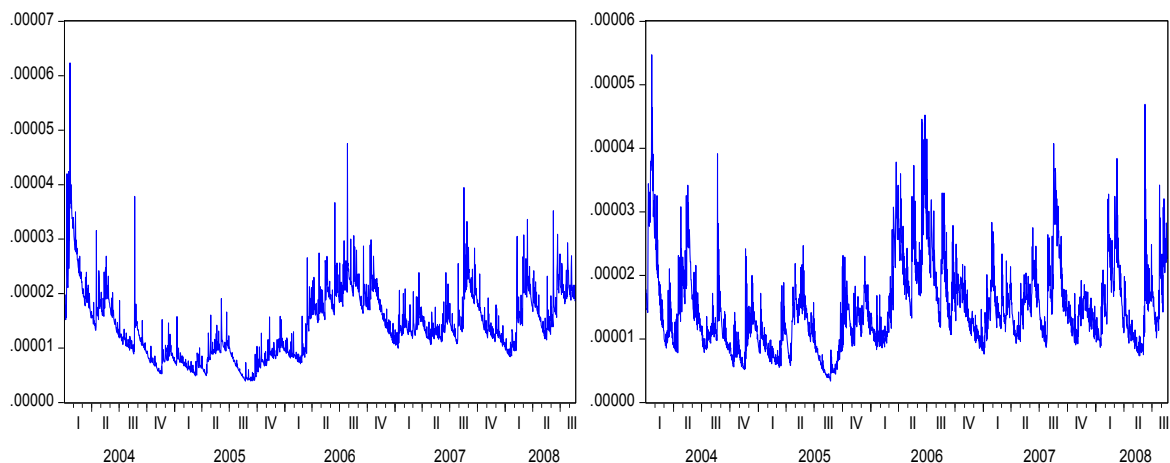
V posledním třetím období vykazoval měnový pár CZK/EUR nejnižší volatilitu, kdy podmíněný rozptyl nejlepších odhadnutých modelů, jak znázorňuje graf 5.19, byl maximálně 0,00005 u lineárního modelu a 0,00011 u nelineárního. Vysokou volatilitu na přelomu roků 2011 a 2012 lze zdůvodnit vrcholícími problémy Řecka, k nimž se přidaly také problémy dalších států eurozóny a to především Itálie.

## HUF/EUR

Na rozdíl od české koruny byl maďarský forint nejstabilnější v prvním sledovaném období a to z důvodu dodržování pravidel ERM II, kdy byl forint vázaný na euro s flukuačním pásmem  $\pm 15\%$ . Zvýšená volatilita na začátku období, jak lze vidět na grafu 5.20 byla způsobená změnou centrální parity forintu k euru.

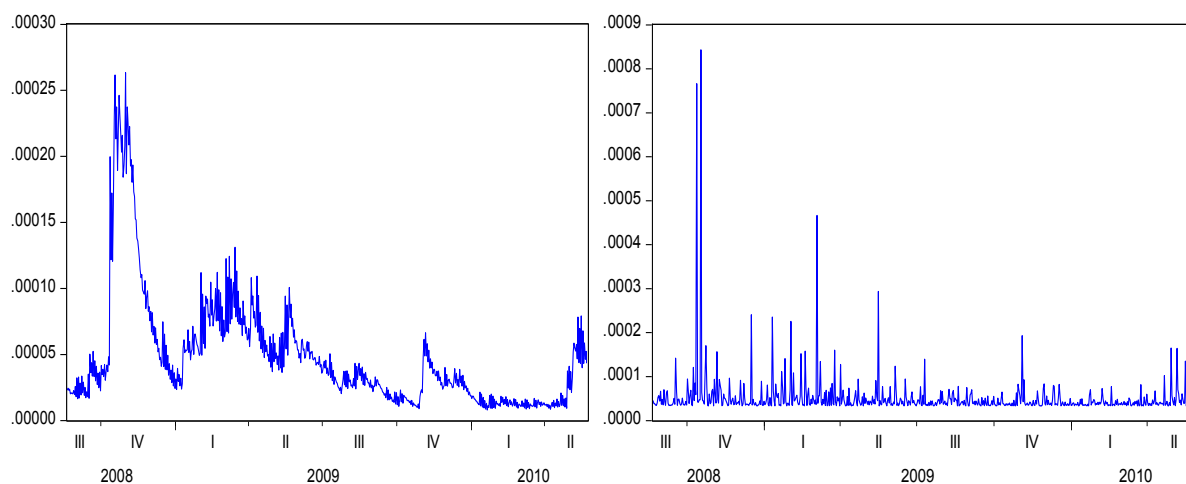
V únoru 2008 opustilo Maďarsko systém pevného kurzu s vazbou na euro a přešlo na volný floating, což mělo za následek posílení forintu a s tím související zvýšenou volatilitu.

**Graf 5.20.: Vývoj volatility měnového páru HUF/EUR v prvním období**

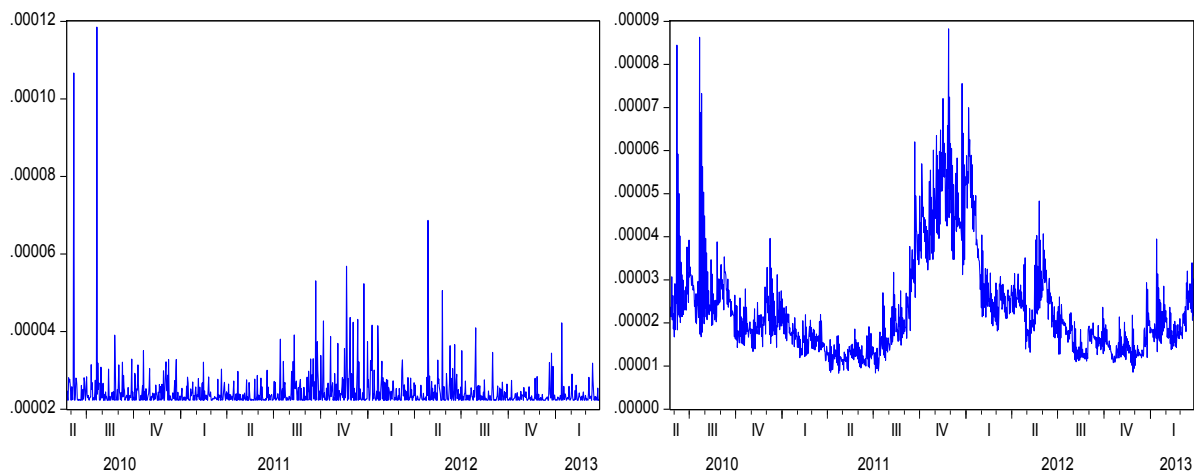


Vývoj volatility ve druhém období znázorňuje graf 5.21. Nejvyšší volatilit dle lineárního modelu byla zjištěna ve čtvrtém čtvrtletí roku 2008. Stejně jako ostatní dvě zkoumané země se Maďarsko potýkalo s nedůvěrou investorů a s tím souvisejícím odlivem zahraničního kapitálu, což znamenalo prudké znehodnocení měny a tím pádem také zvýšenou volatilitu. Především nelineární model ukazuje také zvýšenou volatilitu v první polovině roku 2009, kdy došlo k obnovení důvěry středoevropského regionu a forint posiloval.

**Graf 5.21.: Vývoj volatility měnového páru HUF/EUR ve druhém období**



**Graf 5.22.: Vývoj volatility měnového páru HUF/EUR ve třetím období**



Graf 5.22 zobrazuje vývoj volatility lineárního a nelineárního modelu maďarského forintu ve třetím období. Především z nelineárního modelu lze vidět zvýšenou volatilitu ve druhém a třetím čtvrtletí roku 2010 a na přelomu roku 2011 a 2012.

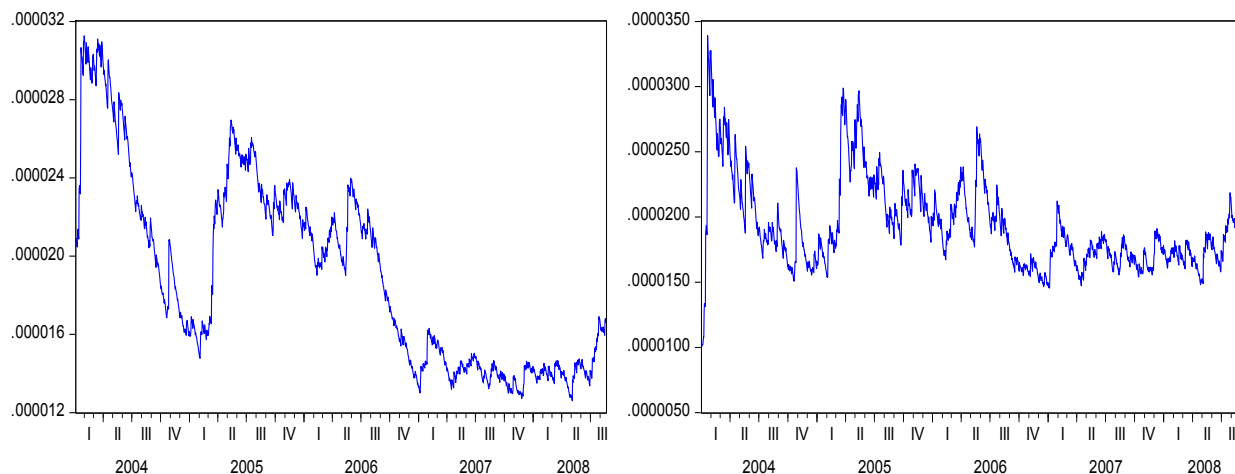
Vysokou rozkolísanost měnového kurzu v polovině roku 2010 lze vysvětlit vobami v dubnu 2010 a následující nervozitou s nástupem nové vlády. Další výrazné zvýšení volatility přišlo koncem roku 2011. Důvodem bylo zhoršení ratingu Maďarska, kdy jej agentura Moody's zařadila do spekulativního pásma, což se projevilo znehodnocením forintu.

## **PLN/EUR**

Volatilitu polského zlotého v prvním období lépe znázorňuje odhadnutý lineární model uvedený v grafu 5.23 vlevo. Výrazně zvýšená volatilita ve druhém čtvrtletí roku 2004 byla způsobena tím, že měnový kurz dosáhl svého maxima a poté začal klesat. Podobně jako u české koruny byl důvodem změny trendu silný hospodářský růst polské ekonomiky a vstup Polska do EU.

Další výrazné zvýšení volatility bylo zjištěno ve druhém čtvrtletí roku 2005, kdy po postupném zhodnocování nastalo prudké znehodnocení. Důvodem bylo především přechodné utlumení tempa růstu HDP. V polovině roku 2006 nastalo krátkodobé znehodnocení, ale kurz se rychle vrátil k předcházejícím hodnotám, což mělo za následek zvýšenou volatilitu v tomto období.

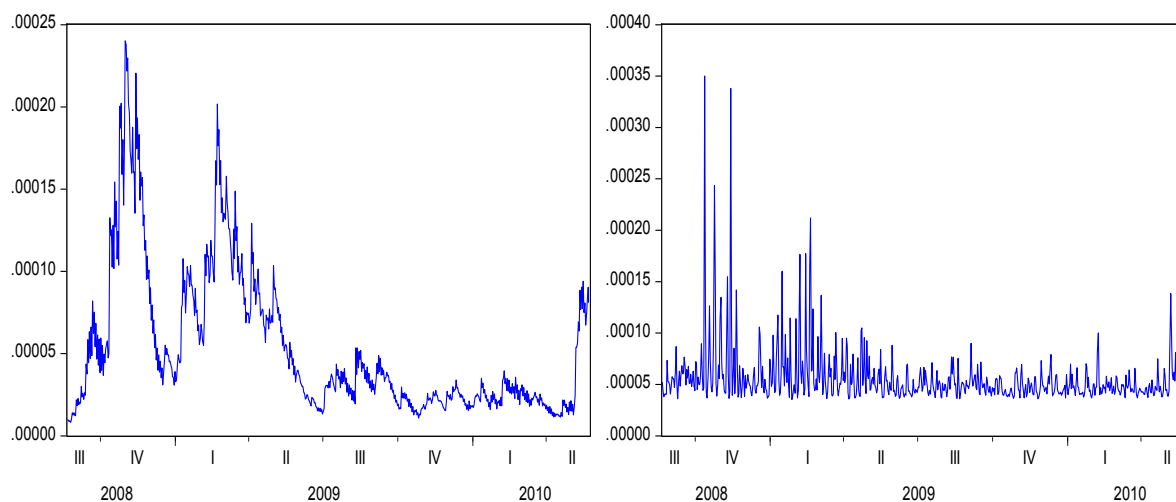
**Graf 5.23.: Vývoj volatility měnového páru PLN/EUR v prvním období**



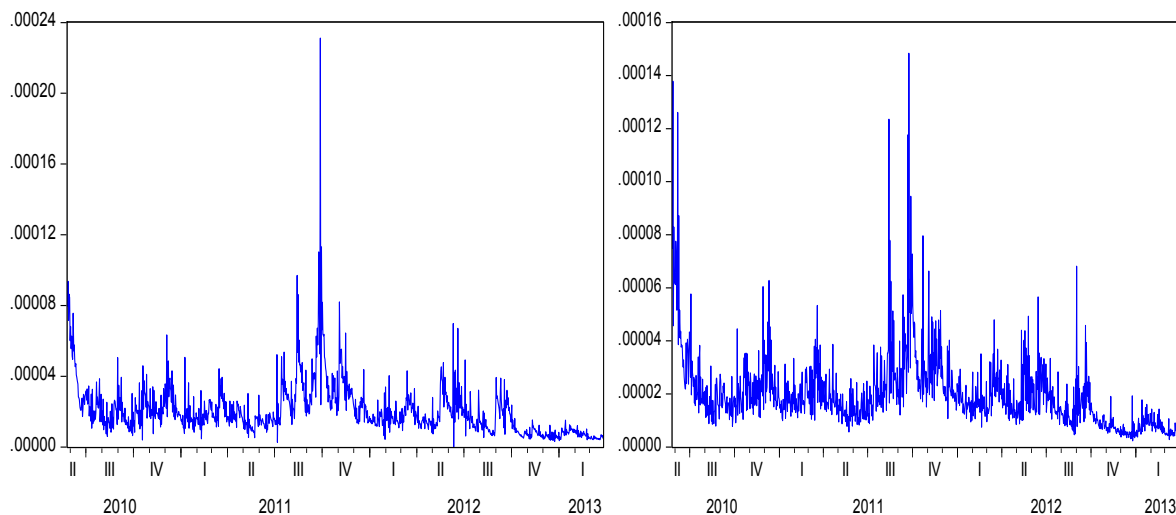
Vývoj volatility polského zlotého zobrazuje ve druhém období zobrazuje graf 5.24. Výrazně zvýšená volatilita byla nalezena ve čtvrtém čtvrtletí 2008 a také v prvním čtvrtletí 2009. Koncem roku 2008 stejně jako u dvou předešlých kurzů došlo k silnému znehodnocování. Polská národní banka reagovala na nastupující finanční krizi snížením úrokových sazeb, kdy toto snížení bylo vyšší než v zemích eurozóny. Také nedůvěra zahraničních investorů v rizikové ekonomiky a odliv zahraničního kapitálu byly aspekty, které toto znehodnocení zapříčinily.

Počátkem roku 2009, s navrácením důvěry investorů v středoevropský region, se tento trend otočil a polský zlotý začal posilovat s čímž souvisí také zvýšená volatilita. Tomuto zhodnocování pomohl také fakt, že polská ekonomika jako jediná v Evropě vykazovala v roce 2009 růst.

**Graf 5.24.: Vývoj volatility měnového páru PLN/EUR ve druhém období**



**Graf 5.25.: Vývoj volatility měnového páru PLN/EUR ve třetím období**



V grafu 5.25 lze vidět vývoj volatility polského zlatého ve třetím období. Jediný výrazný skok nastal na konci třetího čtvrtletí v roce 2011. V říjnu 2011 proběhly volby do polského sejmu a senátu, což mohlo mít vliv na volatilitu devizového kurzu.

## 5.8 Predikce volatility odhadnutých modelů

Pro určení vhodnosti jednotlivých modelů pro predikci volatility jsou použity teoretické poznatky popsané v kapitole 4.9. V tabulkách 5.33. až 5.35. jsou zobrazeny výsledky jednotlivých ztrátových funkcí pro tři zkoumaná období. Jako lepší model pro predikci volatility je vybrán ten, který má nižší hodnotu ztrátové funkce. Lepší modely jsou zvýrazněny.

**Tabulka 5.33.: Test vhodnosti modelů pro predikci volatility v prvním období**

		Model	RMSE	MAE	Theil
CZK/EUR	Lineární	ARCH (2)	0.002745	0.001862	0.998620
	Nelineární	<b>EGARCH (2,0)</b>	<b>0.002744</b>	<b>0.001861</b>	<b>0.998620</b>
HUF/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	0.003800	0.002727	0.994788
	Nelineární	<b>GJR-EGARCH (1,2)</b>	<b>0.003802</b>	<b>0.0027268</b>	<b>0.998771</b>
PLN/EUR	Lineární	IGARCH (1,1)	<b>0.004335</b>	<b>0.003180</b>	<b>0.952783</b>
	Nelineární	GJR-EGARCH (0,3)	0.004339	0.003184	0.992990

**Tabulka 5.34.: Test vhodnosti modelů pro predikci volatility ve druhém období**

		Model	RMSE	MAE	Theil
CZK/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	0.004474	0.002928	0.995607
	Nelineární	<b>EGARCH (1,2)</b>	<b>0.004473</b>	<b>0.002927</b>	<b>0.995359</b>
HUF/EUR	Lineární	IGARCH (1,2)	<b>0.007011</b>	<b>0.004753</b>	<b>0.999966</b>
	Nelineární	GJR-EGARCH (1,0)	0.007012	0.004754	0.999971
PLN/EUR	Lineární	IGARCH (2,2)	<b>0.007393</b>	<b>0.005216</b>	<b>0.787832</b>
	Nelineární	GJR-EGARCH (2,0)	0.007463	0.005279	0.842987

**Tabulka 5.35.: Test vhodnosti modelů pro predikci volatility ve třetím období**

		Model	RMSE	MAE	Theil
CZK/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	0.002544	0.001770	0.998187
	Nelineární	<b>EGARCH (2,2)</b>	<b>0.002543</b>	<b>0.001769</b>	<b>0.996641</b>
HUF/EUR	Lineární	GJR-GARCH (1,0)	0.004718	0.003348	0.999249
	Nelineární	<b>GJR-EGARCH (2,2)</b>	<b>0.004717</b>	<b>0.003347</b>	<b>0.997801</b>
PLN/EUR	<b>Lineární</b>	<b>GJR-GARCH (1,2)</b>	<b>0.004357</b>	<b>0.003210</b>	<b>0.824265</b>
	Nelineární	GJR-EGARCH (1,2)	0.004371	0.003215	0.852664

Pro devět sledovaných období byly vybrány čtyři lineární modely a pět nelineárních. Tudiž z těchto empirických poznatků nelze určit, zda jsou pro predikci volatility vhodnější lineární nebo nelineární modely.

## 6 Shrnutí výsledků

V páté kapitole byly odhadnuty nejlepší modely podmíněné heteroskedasticity jednotlivých měn ve třech zkoumaných obdobích. Vždy byl vybrán nejlepší lineární a nelineární modely, které byly podrobeny ekonometrické verifikaci. V této kapitole jsou shrnuty a komentovány dosažené výsledky jak odhadnutých modelů, tak následné ekonometrické verifikace.

V první části páté kapitoly byly nejprve časové řady rozděleny do tří období, tak aby byl lépe zachycen vývoj volatility před, během a po finanční krizi. Dále bylo dokázáno, že časové řady jsou nestacionární. Proto byly zvolené časové řady měnových kurzů upraveny na logaritmované denní výnosy. Tyto nově vytvořené řady již byly stacionární, což bylo potvrzeno ve třetí části.

Ve druhé části byla data charakterizována pomocí deskriptivní statistiky a také bylo zobrazeno rozdělení jednotlivých logaritmovaných výnosů. Bylo zjištěno, že rozdělení má větší špičatost než odpovídá normálnímu rozdělení, tudíž bylo dokázáno tvrzení, že finanční časové řady mívají leptokurtoické rozdělení. V této části byl také proveden test normality Jarque-Berovým testem. Tento test zamítnul nulovou hypotézu u všech časových řad a potvrdil, že ani jedna řada nemá normální rozdělení.

Ve třetí a čtvrté části byly provedeny testy stacionarity a heteroskedasticity časových řad. Pomocí ADF testu byla prokázána stacionarita u všech zkoumaných časových řad. K testu heteroskedasticity byl použit ARCH-LM test, u něhož byla zpožděna rezidua o jedno až čtyři období. U všech časových řad byla alespoň u jednoho zpoždění zjištěna heteroskedasticita reziduí, proto byly dané modely označeny za vhodné pro další modelování.

V nejdůležitější čtvrté části páté kapitoly byly pomocí programu EViews odhadnuty nejlepší modely podmíněné heteroskedasticity. Odhadnut byl pro každé období lineární a nelineární model. Za vysvětlovanou proměnnou byla dosazena daná časová řada a vysvětlující proměnnou byla vždy konstanta. Při zjištění autokorelace náhodné složky, byla pak přidána jako další nezávislá proměnná, zkoumaná časová řada zpožděná o jedno až tři období. Modely byly především vybírány dle významnosti parametrů, dále pak přítomnosti heteroskedasticity a autokorelace. Pokud byly všechny tyto podmínky splněny, byl vybrán model s nejnižším Akaikeho informačním kritériem. Vybrané modely a výsledky ekonometrické verifikace jsou uvedeny v tabulkách 6.1. až 6.3. Test normality byl proveden pomocí Jarque-Berova testu. Při zjišťování autokorelace byly použity korelogramy a přítomnost heteroskedasticity byla vylučována ARCH-LM testem.

**Tabulka 6.1.: Výsledky testů standardizovaných reziduí pro první období**

		Model	Normalita	Autokorelace	Heteroskedasticita
CZK/EUR	Lineární	ARCH (2)	Není	Není	Není
	Nelineární	EGARCH (2,0)	Není	Není	Není
HUF/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	Není	Není	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (1,2)	Není	Není	Není
PLN/EUR	Lineární	IGARCH (1,1)	Není	JE	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (0,3)	Není	Není	Není

V prvním období byl vybrán, jak ukazuje tabulka 6.1., pro každou časovou řadu jiný model. U žádného modelu nebylo zjištěno normální rozdělení standardizovaných reziduí. Přítomnost autokorelace byla prokázána u lineárního modelu měnového páru PLN/EUR. U všech vybraných modelů se podařilo odstranit heteroskedasticitu, tzn. nebylo možno zamítnout nulovou hypotézu, která říká že rezidua jsou homoskedastická. Tudíž rozptyl náhodné složky lze označit za konstantní.

**Tabulka 6.2.: Výsledky testů standardizovaných reziduí pro druhé období**

		Model	Normalita	Autokorelace	Heteroskedasticita
CZK/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	Není	Není	Není
	Nelineární	EGARCH (1,2)	Není	Není	Není
HUF/EUR	Lineární	IGARCH (1,2)	Není	Není	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (1,0)	Není	JE	Není
PLN/EUR	Lineární	IGARCH (2,2)	Není	Není	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (2,0)	Není	Není	Není

Také ve druhém období byly vybrány pro každou měnu jiné modely. Tyto modely a výsledky diagnostických testů jejich reziduí jsou zobrazeny v tabulce 6.2. Pro splnění významnosti parametrů a odstranění heteroskedasticity musely být použity modely typu GJR-GARCH a to v případě maďarského forintu a polského zlotého. U nejlepšího modelu maďarského zlotého však byla zjištěna autokorelace zpožděných reziduí. Rezidua ostatních vybraných modelů nejsou na sobě závislá. U všech modelů byla vyloučena heteroskedasticita.

**Tabulka 6.3.: Výsledky testů standardizovaných reziduí pro třetí období**

		Model	Normalita	Autokorelace	Heteroskedasticita
CZK/EUR	Lineární	IGARCH (2,1)	Není	Není	Není
	Nelineární	EGARCH (2,2)	Není	Není	Není
HUF/EUR	Lineární	GJR-GARCH (1,0)	Není	Není	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (2,2)	Není	Není	Není
PLN/EUR	Lineární	GJR-GARCH (1,2)	Není	Není	Není
	Nelineární	GJR-EGARCH (1,2)	Není	Není	Není



Nejlepší odhadnuté modely a výsledky diagnostických testů náhodné složky jsou zobrazeny v tabulce 6.3. Na základě Jarque-Berova testu byla zamítnutá nulová hypotéza o normalitě náhodné složky pro všechny modely ve všech obdobích. Test autokorelace potvrdil vzájemnou nezávislost náhodné složky ve všech případech. U všech časových řad došlo k odstranění heteroskedasticity standardizovaných reziduí. Pro některá období byl použit model GJR-GARCH nebo také nazývaný TARARCH. Tento model je typický tím, že umí odlišit dopady špatných a dobrých zpráv na volatilitu tzv. pákový efekt.

V sedmé části páté kapitoly je graficky vyjádřená volatilita pomocí grafu podmíněného rozptylu. Pokud byla v určitém období zjištěna zvýšená volatilita, byla zdůvodněná ekonomickými událostmi.

V poslední osmé části byly porovnány jednotlivé modely z hlediska jejich vhodnosti pro predikci volatility. Pro každou měnu a každé období byl zvolen model s nižší ztrátovou funkcí. Bylo vybráno pět nelineárních a čtyři lineární modely.

## 7 Závěr

Hlavním cílem této práce bylo modelování a predikce volatility devizových kurzů v středoevropském regionu od 1. ledna 2004 do 27. března 2013. Tento časový úsek byl pak rozdělen na tři dílčí období, tak aby byl zachycen vývoj v předkrizovém období, v průběhu finanční krize a v období zklidnění devizových trhů. Jako zástupci středoevropského regionu byly vybrány země Česká republika, Maďarsko a Polsko a to z důvodu suverénní měny a režimu plovoucího devizového kurzu. Vedlejšími cíli této práce byly odhad lineárních a nelineárních modelů pro jednotlivá časová období, jejich ekonometrická verifikace a posouzení vhodnosti modelů k predikci volatility.

V teoreticko-metodologické části, která je rozdělena do tří kapitol, je nejprve charakterizován devizový trh, který je rozdělen jednak podle techniky operací, dále podle charakteru obchodování a také podle subjektů. Je zde rovněž charakterizována kotace a systémy devizových kurzů.

Ve třetí části je blíže vysvětlena volatilita. Dále jsou popsány předpoklady a vlastnosti finančních časových řad. Ve čtvrté kapitole jsou představeny různé modely pro modelování a predikci volatility. Také je zde uvedena metodika verifikace odhadnutých modelů a popsány kritéria pro jejich výběr.

Pátá a šestá kapitola práce je empiricko-aplikační. V páté kapitole jsou nejprve rozděleny časové řady kurzů měn do třech období. Dále je provedena deskriptivní statistika, test stacionarity a heteroskedasticity. Poté byly pro každou měnu a každé období odhadnuty nejlepší lineární a nelineární modely podmíněné heteroskedasticity. Rezidua těchto modelů byla testována na normalitu, autokorelaci a heteroskedasticitu. Následně byla graficky zobrazena volatilita jednotlivých modelů a byly ekonomicky zdůvodněny její extrémní hodnoty. Nejvyšší hodnoty volatility byly u všech sledovaných měn zjištěny ve druhém krizovém období. Naopak nejstabilnější období bylo třetí, kdy volatility u české koruny a polského zlotého byly nejnižší. Maďarský forint byl nejstabilnější v období prvním. Na závěr této kapitoly jsou vybrány nejlepší modely pro predikci volatility. V šesté kapitole byly shrnuty a přehledně zobrazeny výsledky dosažené v kapitole páté.

Hlavní cíl práce byl rozdělen na tři dílčí cíle.

Prvním dílčím cílem bylo odhadnout nejlepší lineární a nelineární modely pro jednotlivé měny. Pro všechna období všech třech zkoumaných měn byly odhadnuty nejlepší lineární a nelineární modely podmíněné heteroskedasticity. Výběr modelů byl založen na statistické významnosti

parametrů. Při významnosti parametrů u více modelů bylo rozhodováno na základě Akaikeho informačního kritéria. Nejlepší odhadnuté modely jsou zobrazeny v tabulkách 6.1., 6.2. a 6.3.

Druhým dílčím cílem byla ekonometrická verifikace odhadnutých modelů. U všech odhadnutých modelů byly provedeny testy normality, autokorelace a heteroskedasticity náhodné složky. Bylo zjištěno, že rezidua žádného modelu nejsou normálně rozdělená a jsou homoskedastická, což znamená, že mají konstantní rozptyl. Test autokorelace prokázal závislost standardizovaných reziduí u dvou odhadnutých modelů. A to konkrétně u lineárního modelu IGARCH (1,1) pro polský zlotý v prvním období a u nelineárního modelu GJR-EGARCH (1,0) pro maďarský forint ve druhém období. Autokorelace nebyla odstraněna ani při dosazení zpožděné časové řady za nezávisle proměnnou.

Třetím dílčím cílem bylo posouzení vhodnosti modelů pro predikci volatility. Pro posouzení vhodnosti modelů byly použity ztrátové funkce RMSE, MAE a Theil Inequality Coefficient. Pomocí těchto ztrátových funkcí byly vybrány čtyři lineární a pět nelineárních modelů podmíněné heteroskedasticity zobrazeny v tabulce 5.35.

Tato práce by mohla být dále rozšířená o aplikaci vhodných modelů pro predikci volatility na starší data a následné srovnání s reálným vývojem časové řady. Případně by mohly být použité např. jednohodinové časové řady. Práci lze také rozšířit o alternativní přístupy k modelování volatility jakými, jsou neuronové sítě nebo model SETAR.

# Seznam použité literatury

## Odborné knihy

ARLT, Josef a Markéta ARLTOVÁ. *Finanční časové řady*. Praha: Grada Publishing, 2003. 220 s. ISBN 80-247-0330-0.

BLACK, F. *The Pricing of Commodity Contracts*. Journal of Financial Economics 3, 1976, s. 167-179.

BOLLERSLEV, T. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Econometrics 31, 1986, s. 307-327.

CIPRA, Tomáš. *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2008. 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.

DURČÁKOVÁ, J. a M. MANDEL. *Mezinárodní finance*. 3. rozšířené a doplněné vydání. Praha: Management press, 2007. 487 s. ISBN 978-80-7261-170-6

HANČLOVÁ, Jana. *Ekonometrie - Úvod do ekonometrického modelování*. Ekonomická fakulta VŠB-TU Ostrava, 2003, 27 s. ISBN 80-248-0378-2

ENGLE, R. *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica 50, 1982. 1007 s.

GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. E. *On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stock*. Journal of Finance 48, 1993, s. 1779-1801.

JANKOVSKÁ, Anežka. *Medzinárodné financie*. Bratislava: Iura Edition, 2003. 529 s. ISBN 80-890-4756-4

NELSON, Daniel B. *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*. Econometrica 59, 1991. 347-370 s.

RUBLÍKOVÁ, Eva. *Analýza časových radov*. Bratislava: Iura Edition, 2007. 207 s. ISBN 978-80-8078-139-2

### **Elektronické dokumenty a ostatní**

BABULA, Kamil. *Bayesovský přístup k identifikaci dynamických ekonomických modelů*. Brno, 2010. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Fakulta přírodovědecká, Katedra aplikované matematiky.

JURÁŠ, Martin. *Modelování volatility akciových trhů*. Ostrava. 2012. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra financí

Oanda. *Zdroj dat* [online]. 2013 [30. 3. 2013] Dostupné z : <http://www.oanda.com/currency/historical-rates/>

# Seznam zkratek

ADF test - rozšířený Dickey-Fulerův test  
AIC - Akaikeho informační kritérium  
ARCH - autoregressive conditional heteroscedasticity  
ARMA - Autoregressive moving average  
BIC - Bayesovské informační kritérium  
CZK - Česká koruna  
DF test - Dickey-Fulerův test  
EGARCH - The exponential GARCH  
ERM II - European Exchange Rate Mechanism II  
EU - Evropská unie  
EUR - Euro  
EWMA - Exponentially weighted moving average  
GARCH - Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity  
GBP - Britská libra  
GED - Generalized Error Distribution  
GJR-GARCH - Glosten, Jagannathan and Runkl GARCH  
HDP - Hrubý domácí produkt  
HUF - Maďarský forint  
IGARCH - integrated GARCH  
LM test - Lagrange multiplier  
MAE - Mean Absolute Error  
MMF - Mezinárodní měnový fond  
MSW - Markov-switching  
OTC - over the counter  
PLN - Polský zlotý  
RMSE - Root Mean Square Error  
SETAR - Self Exciting Threshold Autoregressive  
SWIFT - *Society for Worldwide Interbank Financial Telecommunications*  
VaR - Value at Risk

## Prohlášení o využití výsledků práce

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst.3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 26. 4.2013



.....  
Jakub Slivoník